

## Auxiliar 8: Markov con Decisiones

Martes 26 de Octubre de 2010

### Problema 1

Suponga que usted trabaja en el Departamento de Marketing de una importante empresa cervecera y está encargado de decidir la política óptima de avisaje publicitario televisivo de esta compañía. Esto significa que usted debe decidir mes a mes, si contratar publicidad televisiva o si no hacerlo.

Las ventas mensuales de la empresa pueden ser altas, medianas o bajas y los beneficios asociados son 5, 3, 1 Millones US\$ respectivamente. El costo de la publicidad televisiva alcanza los 2 Millones US\$.

Existen probabilidades de pasar de un estado de ventas a otro mensualmente, que sólo dependen del estado actual. Además, estas probabilidades son distintas para el caso en se realiza la publicidad y para el que no se hace. Las siguientes matrices describen este comportamiento evolutivo:

Con Publicidad:

	A	M	B
A	0,5	0,3	0,2
M	0,4	0,4	0,2
B	0,4	0,6	0

Sin Publicidad:

	A	M	B
A	0,2	0,5	0,3
M	0,1	0,4	0,5
B	0	0,3	0,7

- Para cada acción, modele el problema como una Cadena de Markov con beneficios.
- Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte finito de  $K$  períodos. Suponga que los valores residuales son 3, 1, -1 Millones US \$ para los estados Alta, Media, Baja, respectivamente.
- Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte infinito.

### Problema 2

En la mañana del día  $t$ , el jefe de bodega de un minorista se encuentra con  $X_t$  unidades de un determinado producto. En ese momento debe decidir cuántas unidades pedir al centro de despacho para quedar con  $Y_t$  unidades en inventario al abrir el local (el despacho es inmediato). La bodega del local tiene capacidad  $C$ . Durante el día los consumidores demandan  $D_t$  unidades, que depende del nivel de inventario:  $P[D_t = i \mid Y_t = j] = q_{ij}$ , para  $0 \leq i \leq N$ ,  $0 \leq j \leq C$ , donde  $N$  corresponde a la demanda máxima en un período.

Para decidir cuánto ordenar, el jefe de bodega considera el costo de mantener inventario, que es de  $h$  pesos por unidad en inventario por unidad de tiempo (i.e.,  $h[Y_t - D_t]_+$  por cada día), y el costo de reaprovisionamiento que es de  $c$  pesos por unidad (i.e.,  $c(Y_t - X_t)$  por cada día). Por otra parte el jefe considera que cada unidad vendida genera  $v$  pesos a la compañía (i.e.,  $v \min\{Y_t, D_t\}$  por cada día).

- Formule el problema de decisión del jefe de bodega como un proceso de decisión markoviano donde se quiere maximizar las ganancias medias estacionarias por período.

- b) Suponga que  $C = N = 2$ ,  $c = 2$ ,  $h = 3$ ,  $v = 6$  y que las probabilidades  $q_{ij}$  están dadas por la siguiente matriz:

Prob	$Y_t = 0$	$Y_t = 1$	$Y_t = 2$
$D_t = 0$	0,4	0,1	0
$D_t = 1$	0,3	0,4	0,4
$D_t = 2$	0,3	0,5	0,6

Aplique el algoritmo de Howard para determinar la política óptima de reaprovisionamiento.

### Problema 3

Cada lunes una empresa decide si produce un artículo que estará listo al final de la semana. La demanda por el producto, que se realiza al final de la semana, es binaria (0 ó 1) y depende de la demanda en la semana anterior. De esta manera, la probabilidad que la demanda sea 1 es  $\alpha$  si es que la semana anterior también fue 1. En tanto, la probabilidad que la demanda sea 1 dado que la semana anterior fue 0 es  $\beta$ . El precio de venta es  $P[\$]$ , el costo de producción es  $c[\$]$  y el costo de mantener un artículo en inventario una semana es  $h[\$]$ .

- ¿Cuál es el tamaño óptimo de la bodega? Justifique.
- Dibuje la cadena de Markov asociada al inventario bajo la siguiente política: Cada vez que existan productos en bodega NO se produce y si la bodega está vacía se produce. Especifique estados y probabilidades de transición. Ahora asuma que  $P = 200$ ,  $c = 100$ ,  $h = 50$ ,  $\alpha = 0,2$  y  $\beta = 0,9$
- Suponga que la empresa sólo produce en la temporada de invierno y el gerente de operaciones señala el valor residual al fin de la temporada es 100 pesos si el producto queda en bodega y 0 si no está el artículo. Señale la política óptima un período antes del fin de temporada.
- Usando el algoritmo de Howard determine si la política especificada en (b) es una política óptima a horizonte infinito.