



Macroeconomía

Alexandre Janiak

Dpto. de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile



¿Qué vamos a hacer hoy?

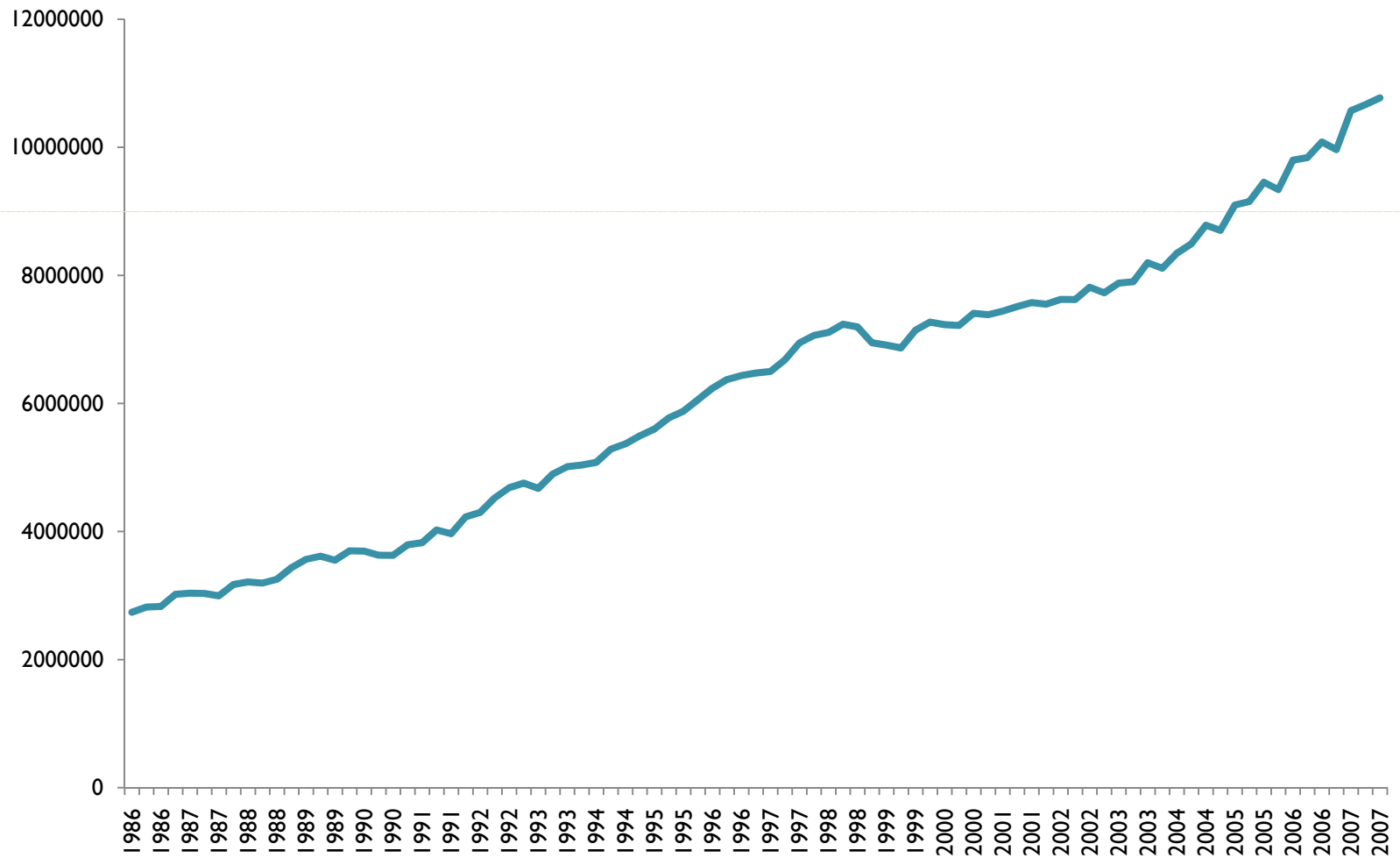
- Los agregados principales en economía cerrada
 - Análisis teórico del consumo
-



**ECONOMÍA CERRADA:
LOS AGREGADOS**

Consumo (C)

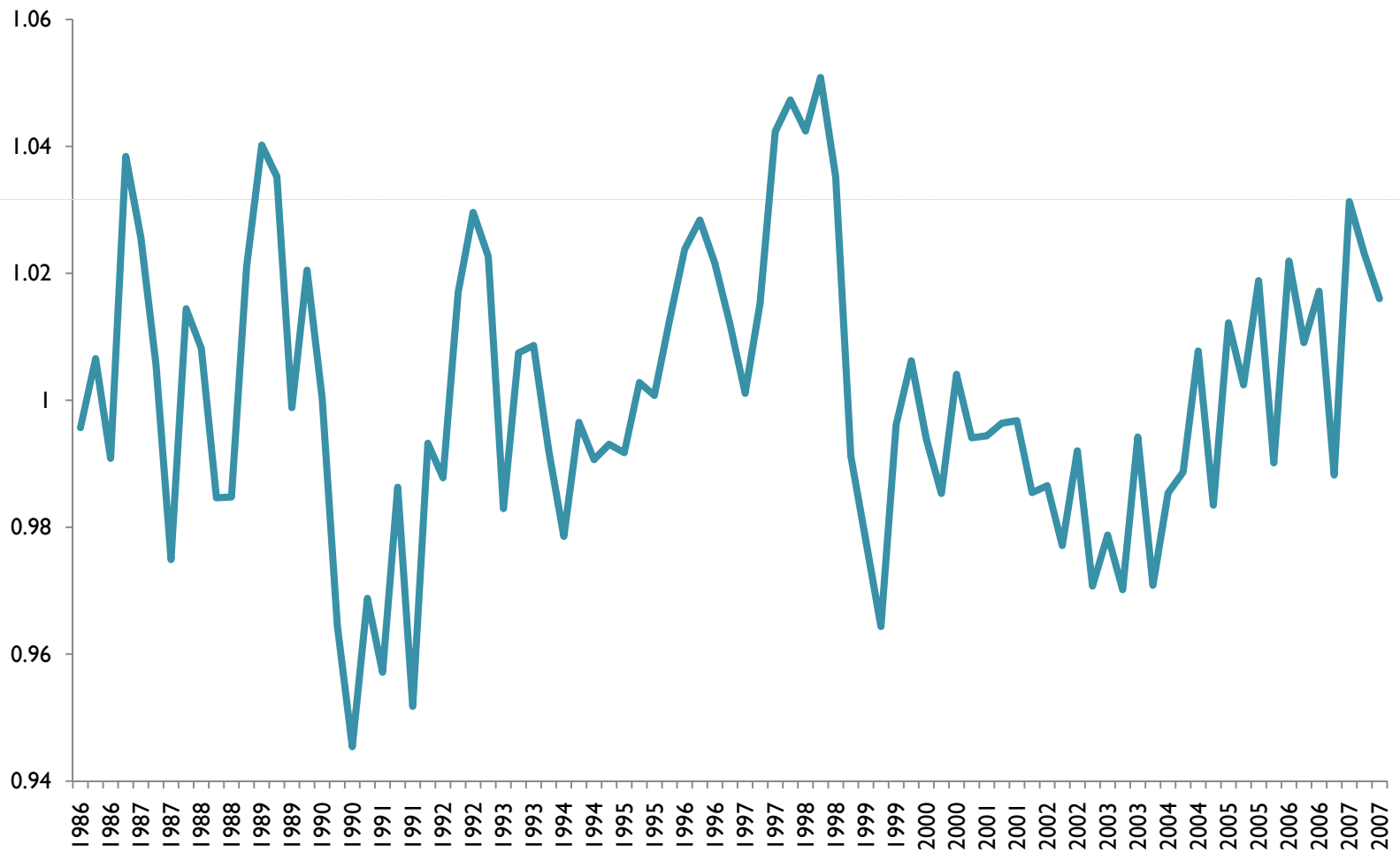
Consumo real en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Consumo (C)

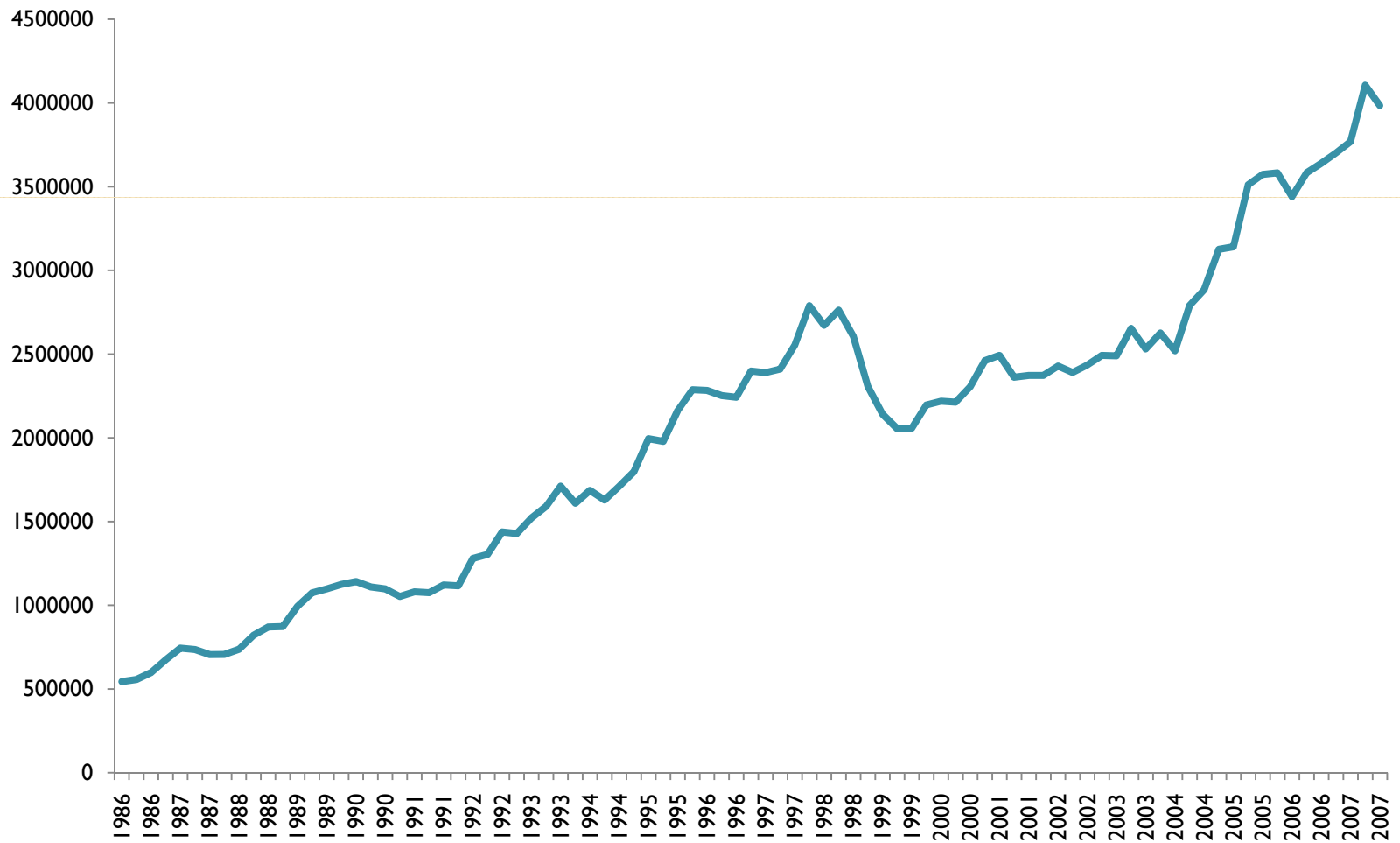
Parte cíclica del consumo real en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Inversión (I)

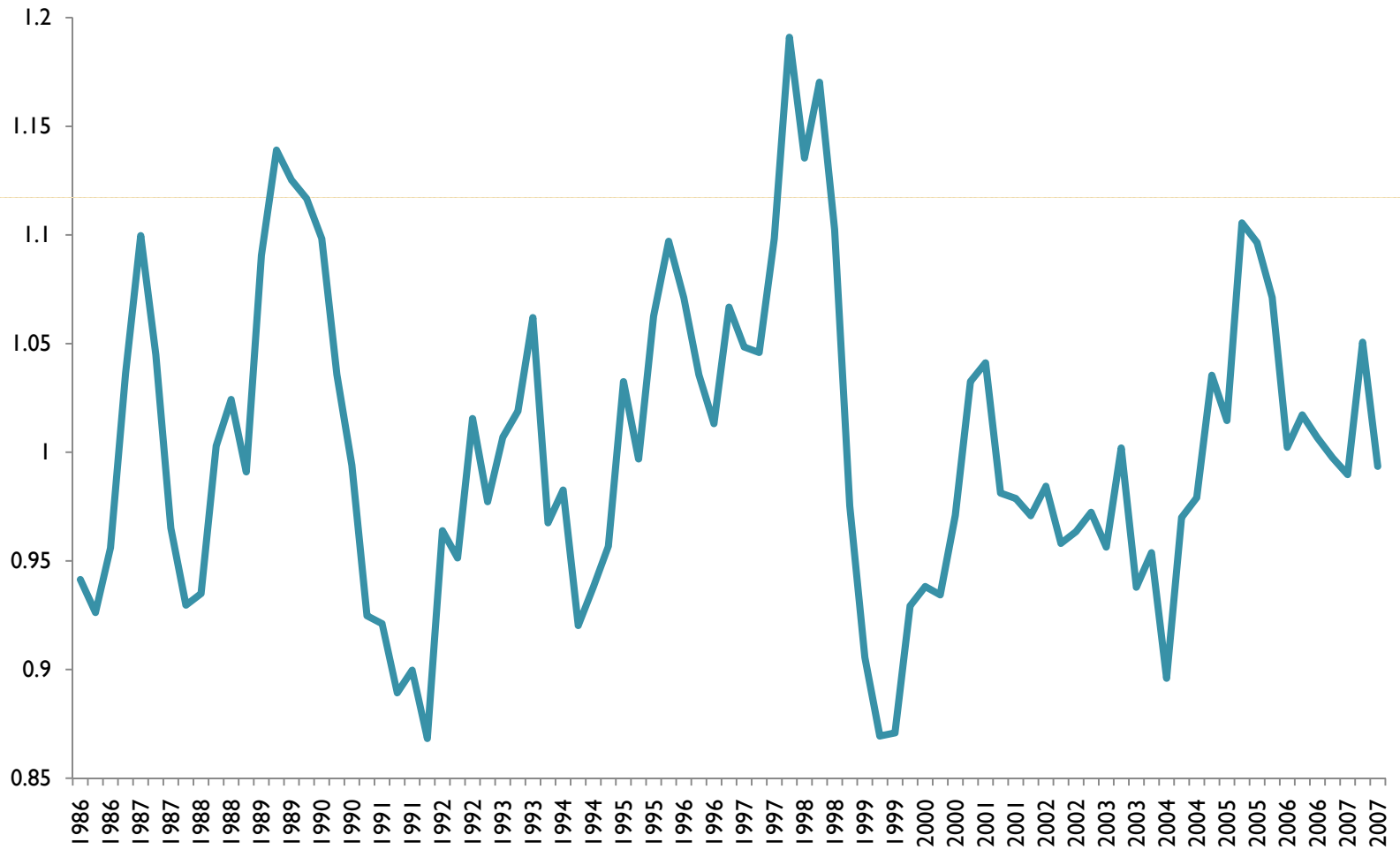
Inversión real en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Inversión (I)

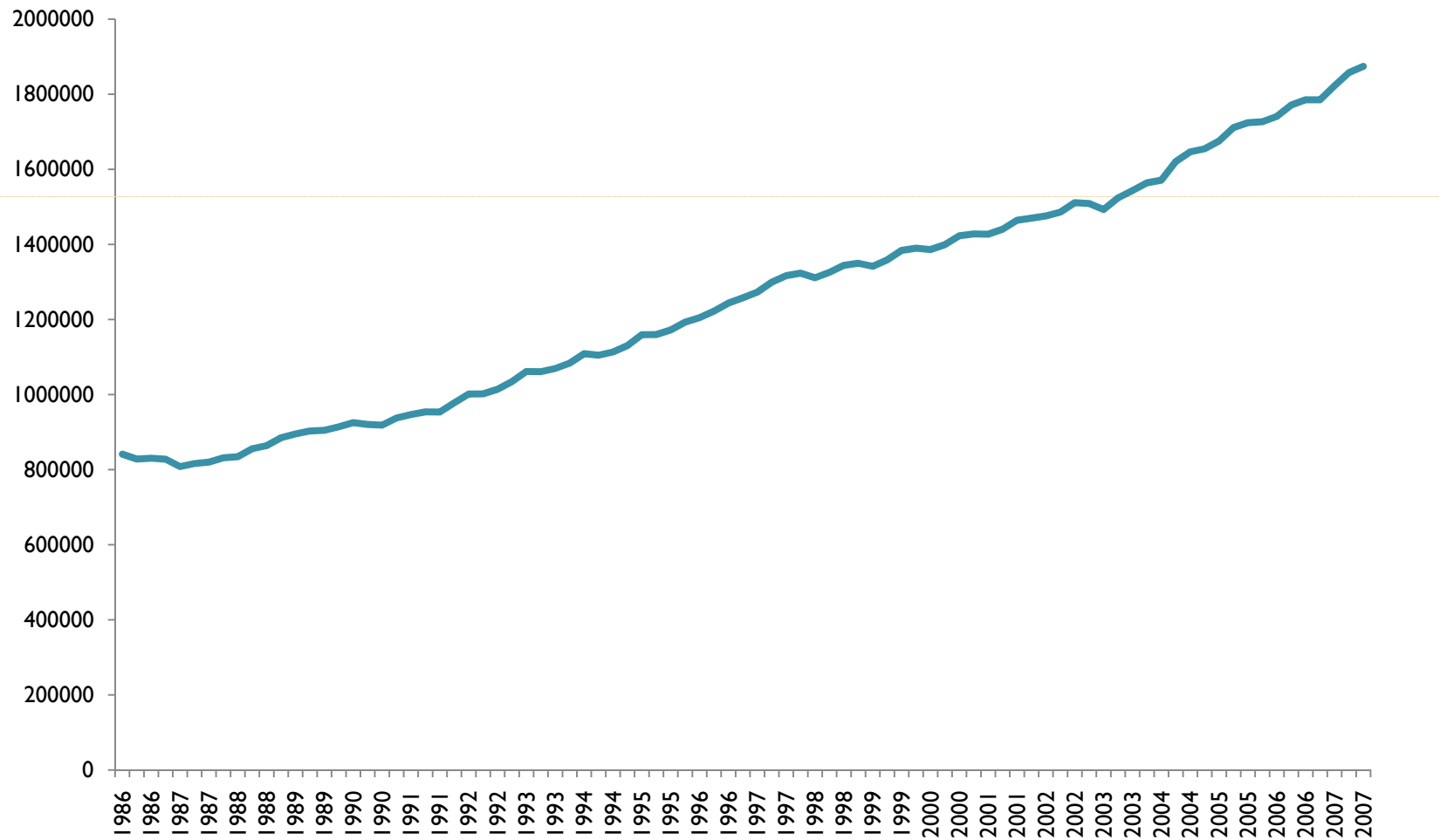
Parte cíclica de la inversión real en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Gasto público (G)

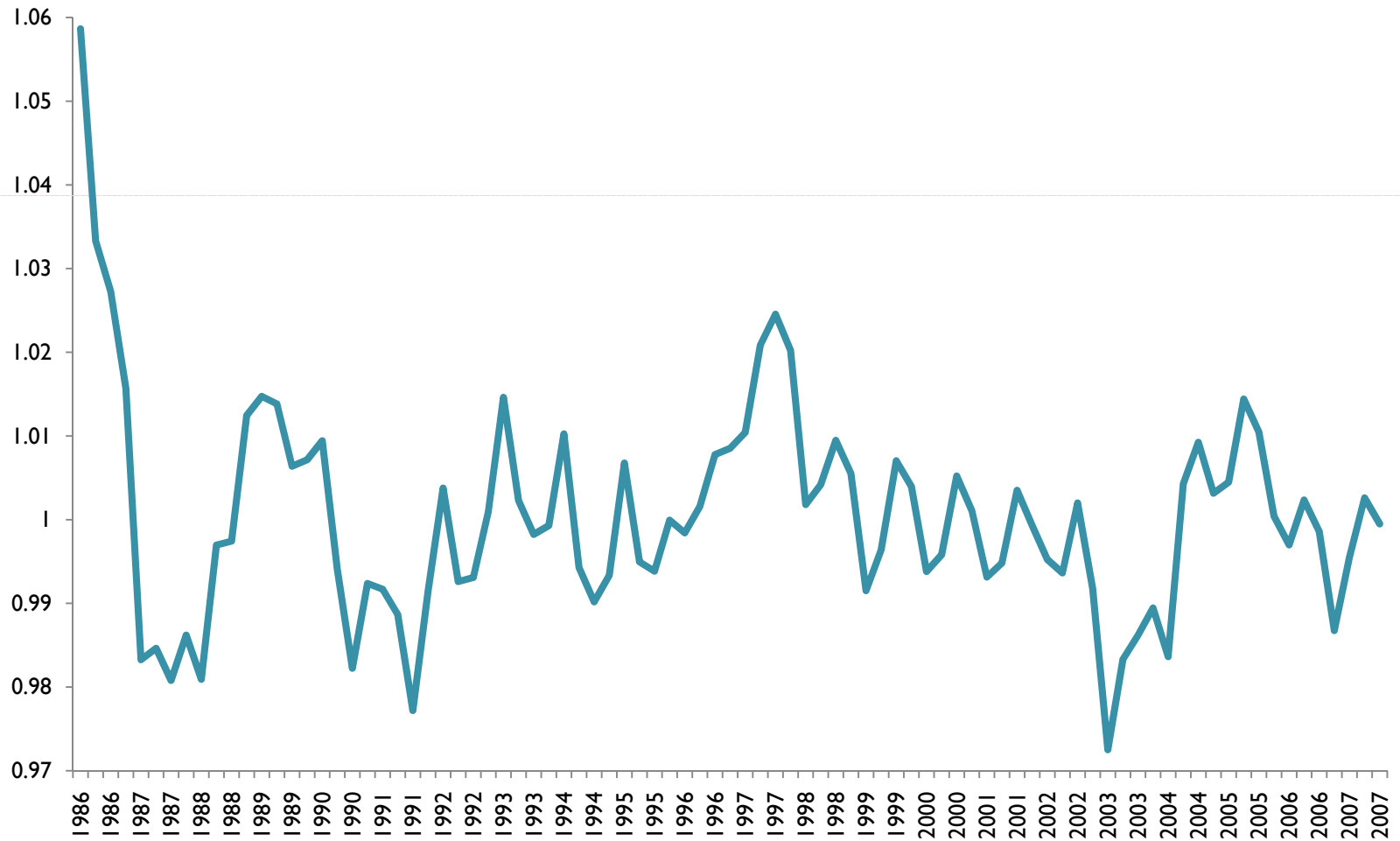
Gasto público real en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Gasto público (G)

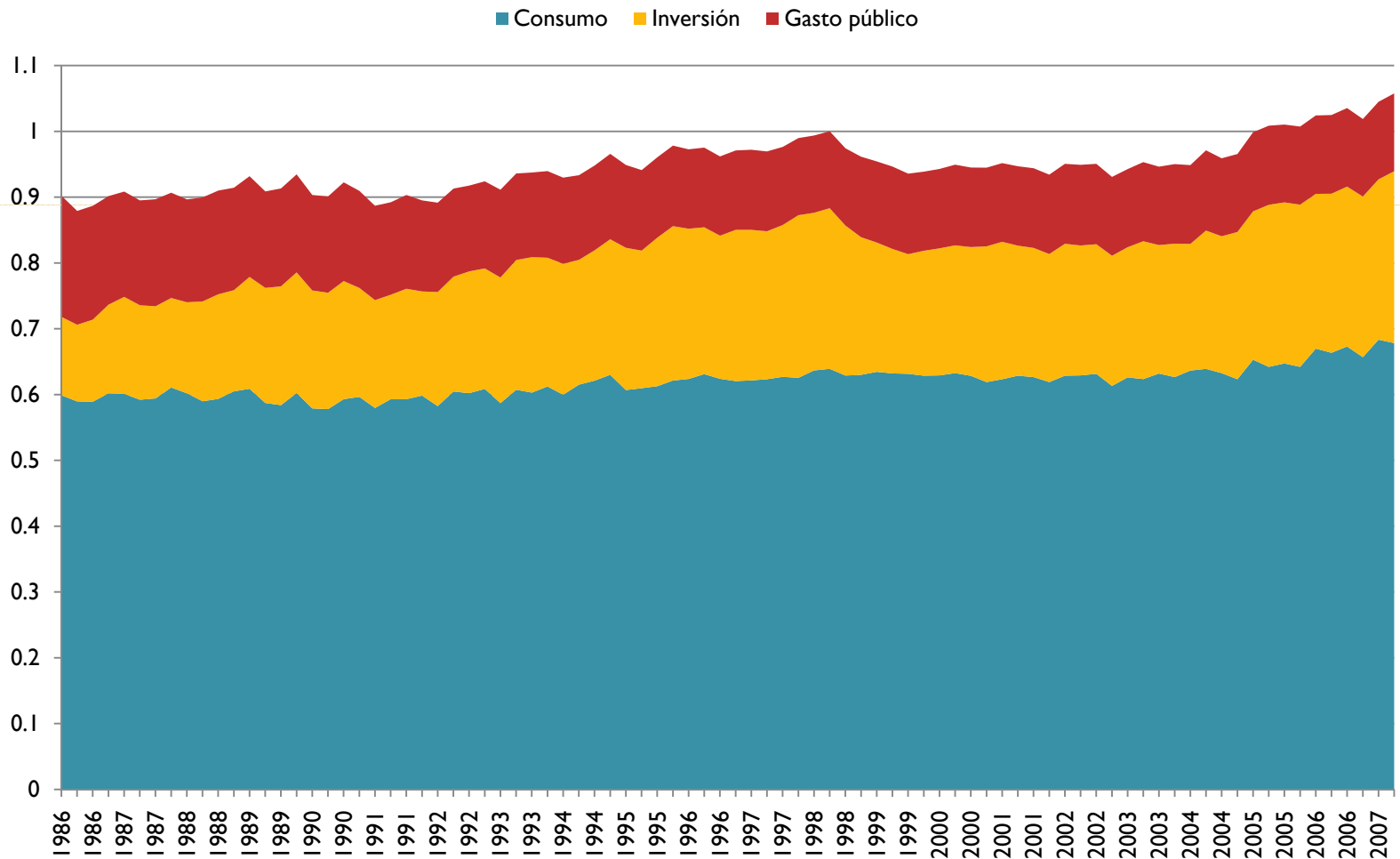
Parte cíclica del gasto público en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Comparemos los agregados

Consumo, inversión y gasto público en el PIB chileno



Fuente: Banco Central de Chile

Los agregados en economía cerrada

- Identidad:

$$Y + \cancel{\Delta}^- = C + I + G + \cancel{\Delta}^+$$

Los agregados en economía cerrada

- Identidad:

$$Y = C + I + G$$

- Otra identidad:

$$Y = C + S + T$$

- Implica si $G = T$

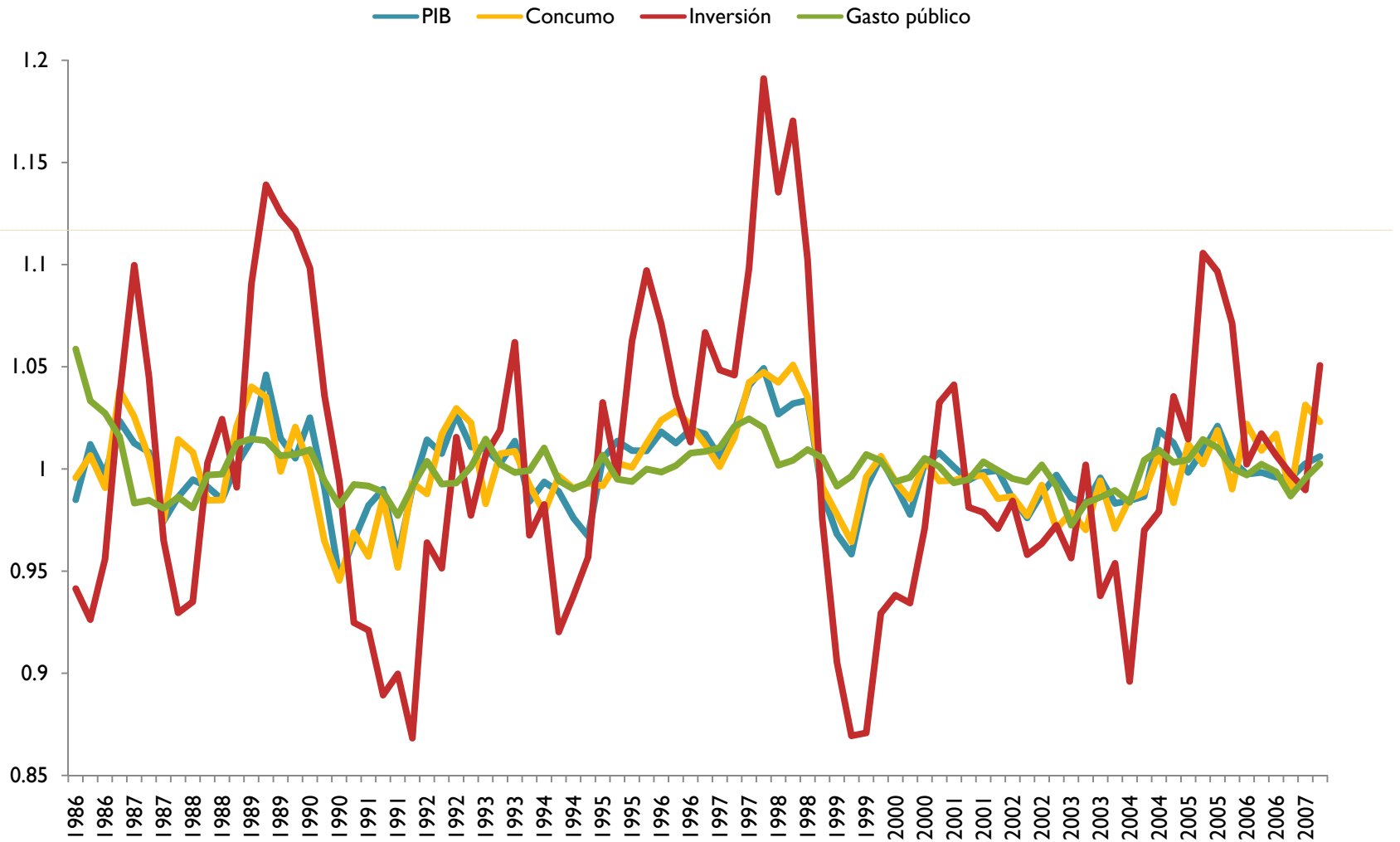
$$I = S$$

- O en general,

$$I = S + (T - G)$$

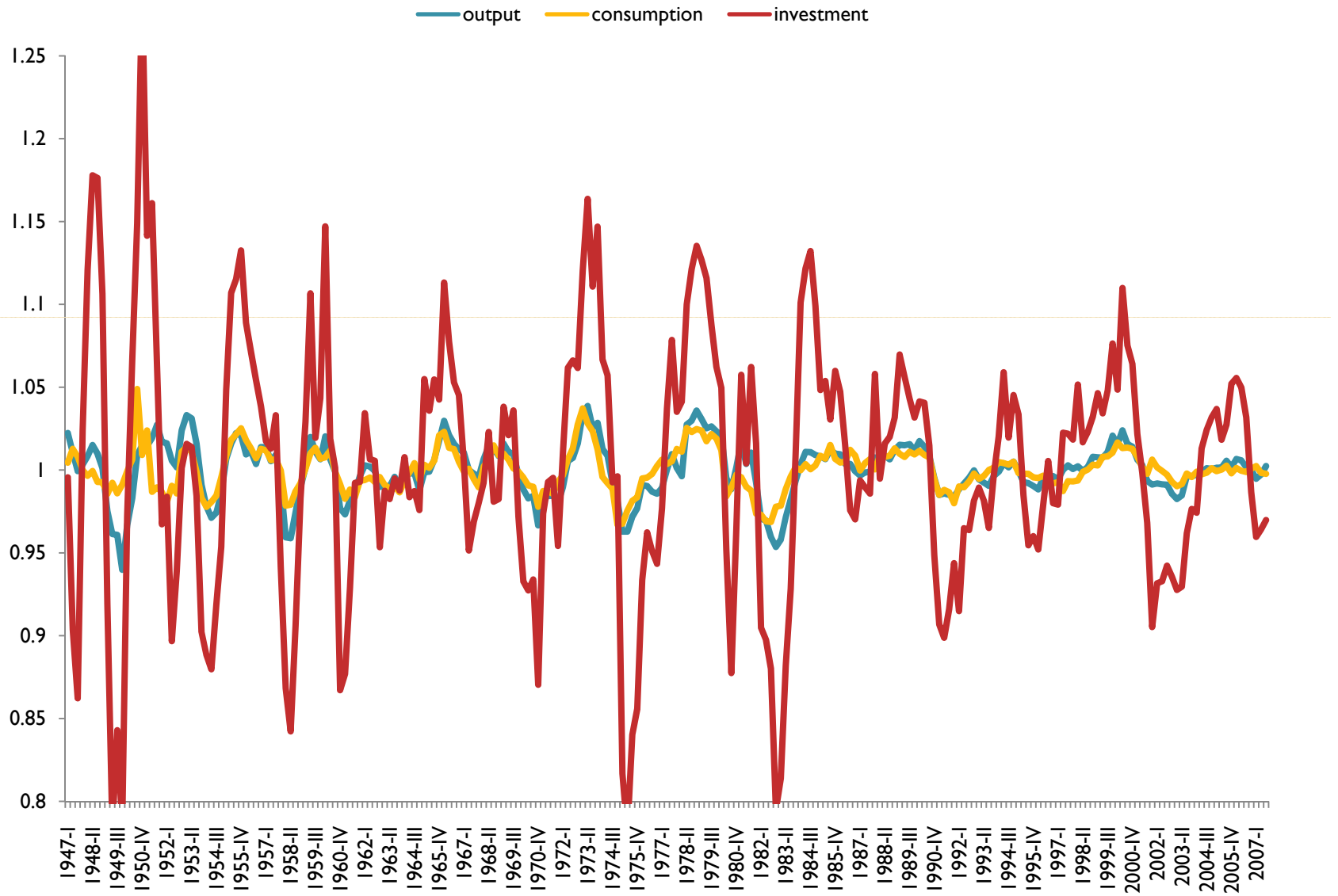
Comparemos los agregados

Comparación de los agregados económicos en Chile



Fuente: Banco Central de Chile

Cyclical components of GDP, consumption and investment in the US



Fuente: Bureau of Economic Analysis

Comparemos los agregados

Coef. corr.	Y	C	I	G
Y	I			
C	0.80	I		
I	0.74	0.61	I	
G	0.48	0.40	0.31	I

Desv. típ.	Y	C	I	G
	1.9%	2.2%	7%	1.3%

Correlación con el PIB en T	Período	C	I	G
	T-2	0.32	0.18	0.30
	T-1	0.65	0.48	0.52
	T	0.80	0.74	0.48
	T+1	0.49	0.72	0.26
	T+2	0.37	0.55	0.21

¿Y en los EEUU?

Coef. corr.	Y	C	I	G
Y	I			
C	0.76	I		
I	0.82	0.66	I	
G	0.18	-0.20	-0.26	I

Coef. var.	Y	C	I	G
	1.6%	1.2%	7.8%	3.6%

Correlación con el PIB en T	Período	C	I	G
	T-2	0.64	0.54	-0.03
	T-1	0.75	0.73	0.05
	T	0.76	0.82	0.18
	T+1	0.57	0.63	0.27
	T+2	0.64	0.54	-0.03



**TEORÍAS
ECONÓMICAS DEL
CONSUMO**



Características del consumo

- Consumo es muchísimo menos volátil que la inversión
-
- Menos volátil que la producción en EEUU
 - Como explicar esas características?
 - Persistencia?
 - Diferencia con EEUU y otros países?



**FISHER: UN MODELO
EN DOS PERIODOS
PARA EL CONSUMO**



El modelo de Fisher

- Dos periodos:
 - Hoy y mañana
 - Presente y futuro
- Idea:
 - analizar decisiones intertemporales
 - usando herramientas estáticas tradicionales
- Dos bienes:
 - Consumo hoy
 - Consumo mañana

El modelo de Fisher

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- Con $u'(c) > 0; u''(c) < 0$
- $\beta \in (0, 1) = 1 / (1 + \delta)$
- Concavidad de la utilidad:
 - Suavizar el consumo *en el tiempo*

El modelo de Fisher

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- Con $u'(c) > 0; u''(c) < 0$
- Tal que

$$y_1 = c_1 + s$$

$$y_2 + s(1+r) = c_2$$

El modelo de Fisher

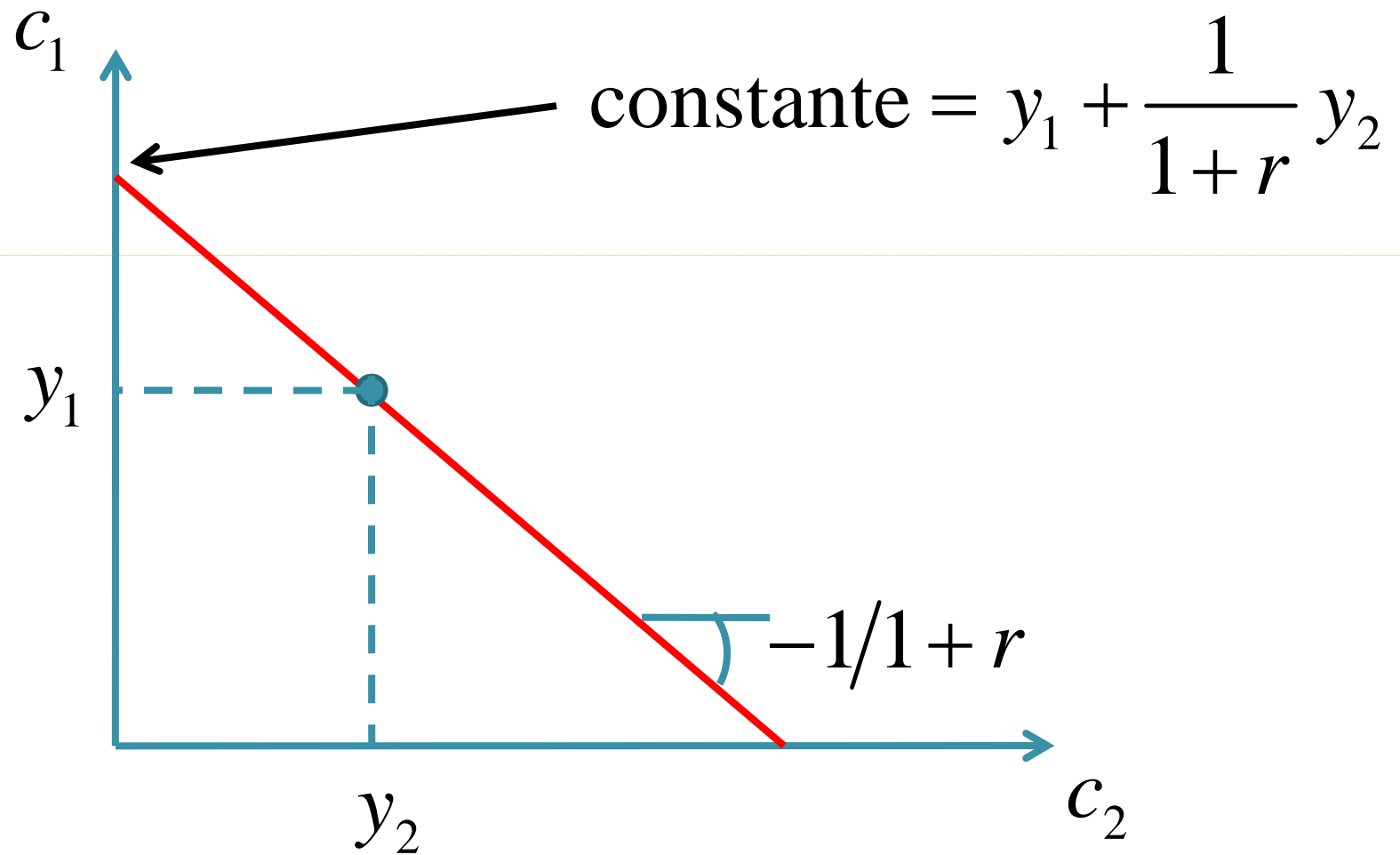
- La restricción presupuestaria intertemporal se reescribe

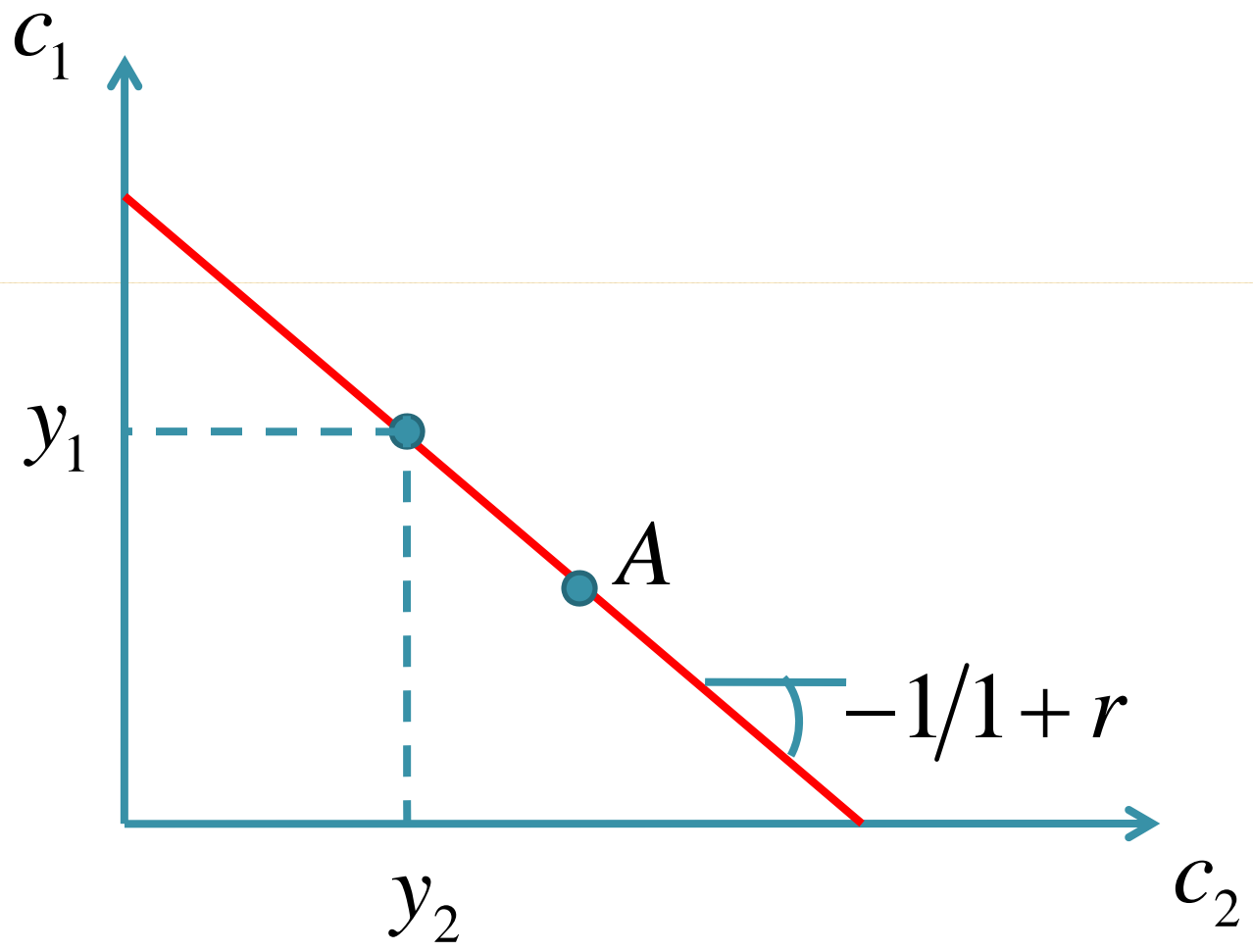
$$(1+r)y_1 + y_2 = (1+r)c_1 + c_2$$

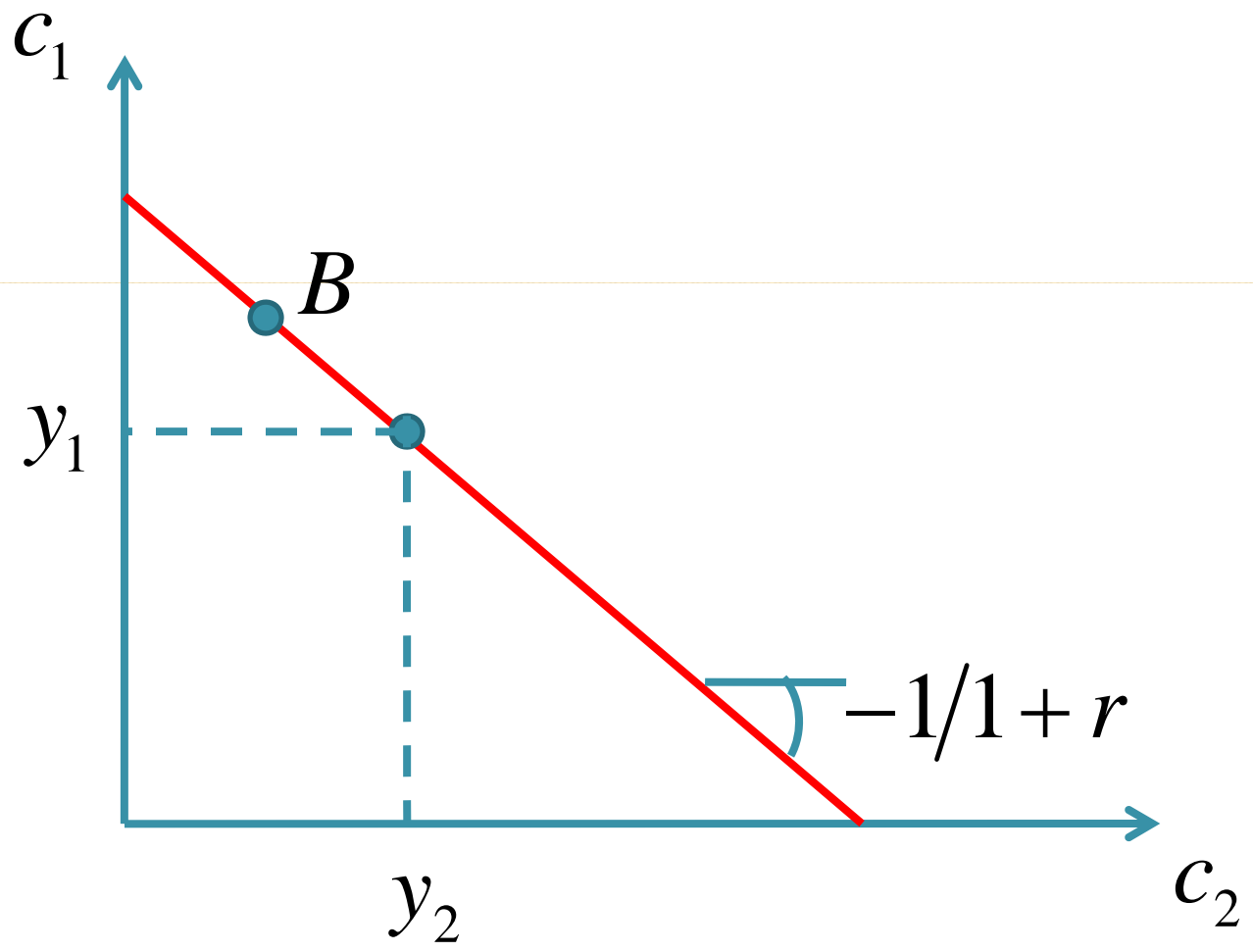
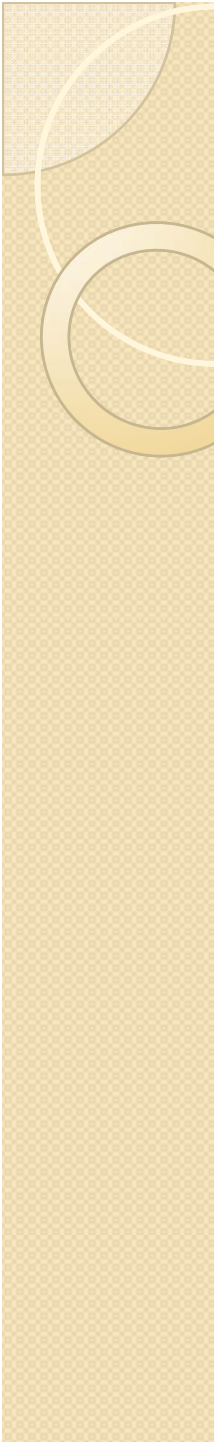
- O de manera equivalente,

$$y_1 + \frac{1}{1+r}y_2 = c_1 + \frac{1}{1+r}c_2$$

Restricción presupuestaria intertemporal







El modelo de Fisher

- El lagrangiano:

$$L = u(c_1) + \beta u(c_2) + \lambda \left(y_1 + \frac{1}{1+r} y_2 - c_1 - \frac{1}{1+r} c_2 \right)$$

El modelo de Fisher

- Condiciones de primer orden

$$u'(c_1) - \lambda = 0$$

$$\beta u'(c_2) - \frac{\lambda}{1+r} = 0$$

El modelo de Fisher

- Equilibrio: ecuación de Euler

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = (1 + r)$$

- Tasa marginal de sustitución intertemporal igual precio relativo

Equilibrio

- Aumentar el ahorro de I reduce la utilidad de

$$u'(c_1)$$

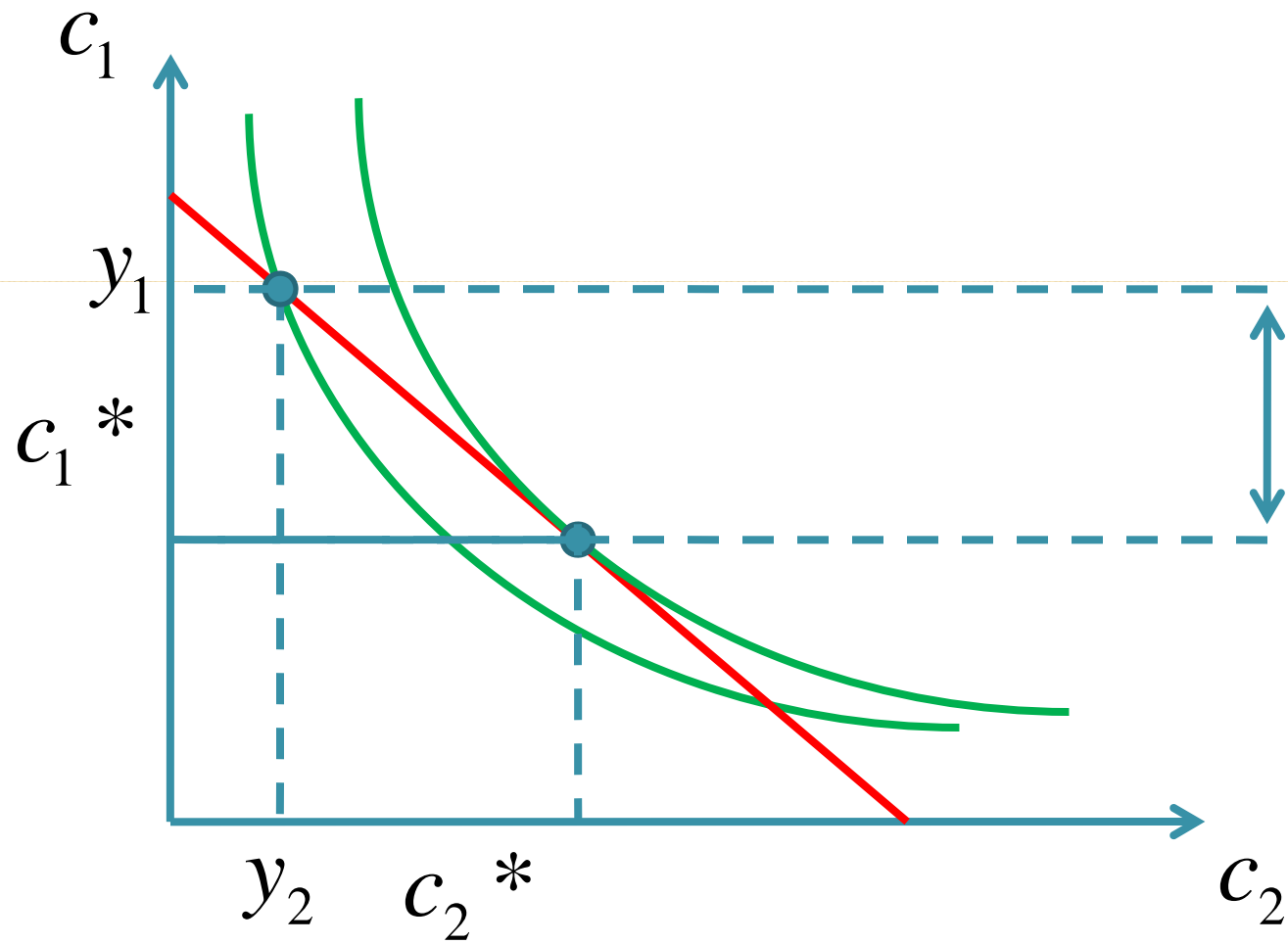
- Pero genera $(1+r)$ unidades en $t = 2$
- Es decir una utilidad marginal en $t = 2$

$$(1+r)u'(c_2)$$

- Desde la perspectiva de $t = 1$

$$(1+r)\beta u'(c_2)$$

El modelo de Fisher



Destaca

- y_1 y y_2 no importan realmente
- Lo importante es el *valor actualizado de los ingresos*:

$$Y = y_1 + \frac{1}{1+r} y_2$$

- Da la constante en la restricción presupuestaria
- Consecuencia del supuesto de perfección de los mercados financieros

Perfil de consumo óptimo

- Ecuación de Euler se reescribe

$$\frac{u'(c_1)}{u'(c_2)} = \beta(1+r) = \frac{1+r}{1+\delta}$$

- Como $u'' < 0$, consumo crece si $r > \delta$
- Si r aumenta, crecimiento consumo \nearrow
- Pero cuanto más concava u , menor es el efecto (suavizamiento en el tiempo)

Ejemplo: « power utility function »

- Consideremos la función de utilidad:

$$u(c) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$$

- Elasticidad de sustitución intertemporal?

Tipo de interés

- Efecto sustitución:
 - cuando r aumenta
 - Aumenta el ahorro
 - Por consumo presente más caro
- Efecto renta:
 - El que presta más rico
 - Baja el ahorro del que presta
 - El que pide prestamo más pobre
 - Aumenta el ahorro del que pide prestamo

Tipo de interés sobre ahorro

- El que presta
 - Sustitución > 0
 - Renta < 0
 - Total ?
- El que no hace nada:
 - Sustitución > 0
 - Renta: ningun efecto
 - Total > 0
- El que pide prestamo
 - Sustitución > 0
 - Renta > 0
 - Total > 0



Conclusión sobre Fisher

- Fisher:
 - Concavidad de la utilidad permite explicar persistencia del consumo
 - Agente suaviza el consumo en el tiempo
- Serie de conceptos:
 - Tasa marginal de sustitución intertemporal
 - Elasticidad de sustitución intertemporal
 - Valor actualizado



**TEORÍAS DE LA RENTA
PERMANENTE Y DEL
CICLO DE VIDA**

Renta permanente y ciclo de vida

- Renta permanente:
 - Milton Friedman, premio Nobel 1976
 - Perfil de consumo con agentes imortales
- Ciclo de vida
 - Franco Modigliani, premio Nobel 1985
 - Perfil consumo/ahorro a lo largo de la vida
 - Los jóvenes piden un préstamo
 - Edad media: reembolsa y acumula activos
 - Viejos consuman lo que han ahorrado

Teoría de la renta permanente

- Agente vive $T+1$ periodos
- Con 2 periodos, el valor actualizado de la renta era

$$Y = y_0 + \frac{1}{1+r} y_1$$

- De la misma manera, tenemos

$$Y_0 = y_0 + \frac{1}{1+r} Y_1$$

Teoría de la renta permanente

- Si además,

$$Y_1 = y_1 + \frac{1}{1+r} Y_2$$

- tenemos

$$Y_0 = y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 + \frac{1}{(1+r)^2} Y_2$$

Teoría de la renta permanente

- Con $T+1$ periodos el valor actualizado es

$$Y_0 = y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 + \dots + \frac{1}{(1+r)^T} y_T$$

- O de manera equivalente,

$$Y_0 = \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} y_i$$

Teoría de la renta permanente

- Restricción presupuestaria:

$$y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 + \dots + \frac{1}{(1+r)^T} y_T$$

$$\geq c_0 + \frac{1}{1+r} c_1 + \dots + \frac{1}{(1+r)^T} c_T$$

Teoría de la renta permanente

- Función de utilidad:

$$U_0 = u(c_0) + \beta u(c_1) + \beta^2 u(c_2) + \dots + \beta^T u(c_T)$$

- De manera equivalente,

$$U_0 = \sum_{i=0}^T \beta^i u(c_i)$$

Teoría de la renta permanente

- Si llamo

$$U_1 = u(c_1) + \beta u(c_2) + \beta^2 u(c_3) + \dots + \beta^{T-1} u(c_T)$$

- Entonces

$$U_0 = u(c_0) + \beta U_1$$

Teoría de la renta permanente

- Agente maximiza

$$U_0 = \sum_{i=0}^T \beta^i u(c_i)$$

- Bajo la restricción

$$\sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} y_i \geq \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} c_i$$

Teoría de la renta permanente

- Lagrangiano:

$$L = \sum_{i=0}^T \beta^i u(c_i) + \lambda \left(\sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} y_i - \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} c_i \right)$$

Teoría de la renta permanente

- Condición de primer orden

$$\beta^i u'(c_i) - \lambda \frac{1}{(1+r)^i} = 0$$

- TMS intertemporal igual al interés:

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} = 1 + r$$

Teoría de la renta permanente

- Supuestos simplificadores:

$$1 + r = \beta^{-1} = 1$$

- Esto implica $c_t = c, \forall t$
- Y también

$$(T + 1)c = \sum_{i=0}^T y_i \Leftrightarrow c = y^p$$

Renta permanente y transitoria

- Otro supuesto: T infinito
- Renta transitoria:

$$y_t^T = y_t - y^p$$

- Efecto sobre consumo $\frac{dc}{dy^p} = 1$

$$\frac{dc}{dy_t^T} = d \frac{\sum_{i=0}^T y_i}{T+1} / dy_t^T = d \frac{\sum_{i=0}^T y_p + y_i^T}{T+1} / dy_t^T = 0$$

Ahorro

- Ahorro

$$s_t = y_t - c_t$$

$$s_t = y_t - y^p$$


$$s_t = y^p + y_t^T - y^p = y_t^T$$

$$\frac{ds_t}{dy^p} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{ds_t}{dy_t^T} = 1$$



Teoría de la renta permanente: resumen

- Concavidad de la utilidad: agentes suavizan el consumo en el tiempo
- Importancia del supuesto de mercados financieros perfectos
- Renta permanente:
 - Afecta consumo
 - No afecta ahorro
- Renta transitoria:
 - No afecta consumo
 - Afecta ahorro



**CONSUMO EN
SITUACIONES DE
RIESGO**

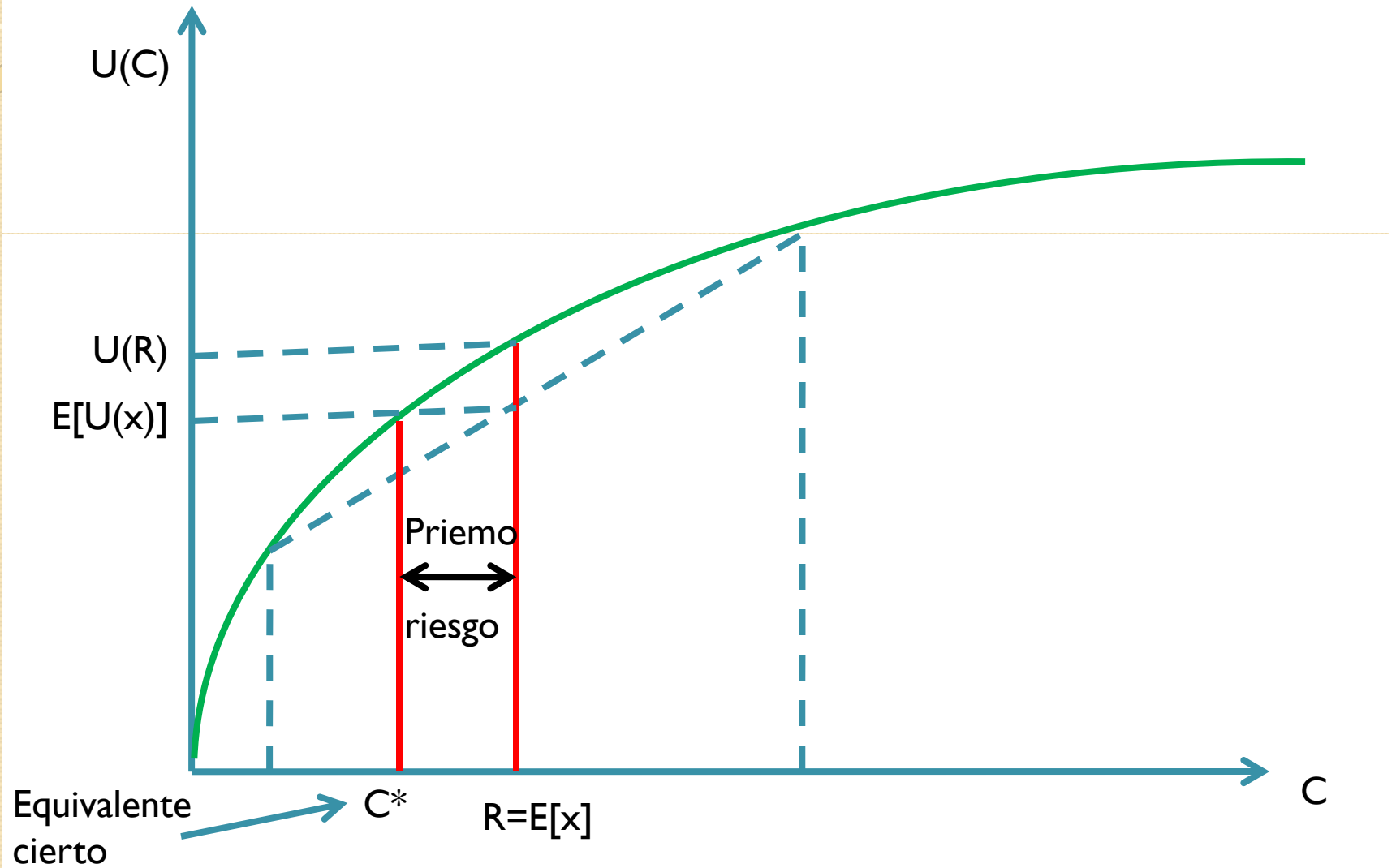
Riesgo vs. incertidumbre

- Riesgo:
 - Variable *estocástica*, e.g. ingreso
 - Se conoce la distribución asociada
- Incertidumbre:
 - Variable *estocástica*, e.g. ingreso
 - Pero NO se conoce la distribución asociada
- Vamos a suponer el primero
- Se suele confundir ambos conceptos

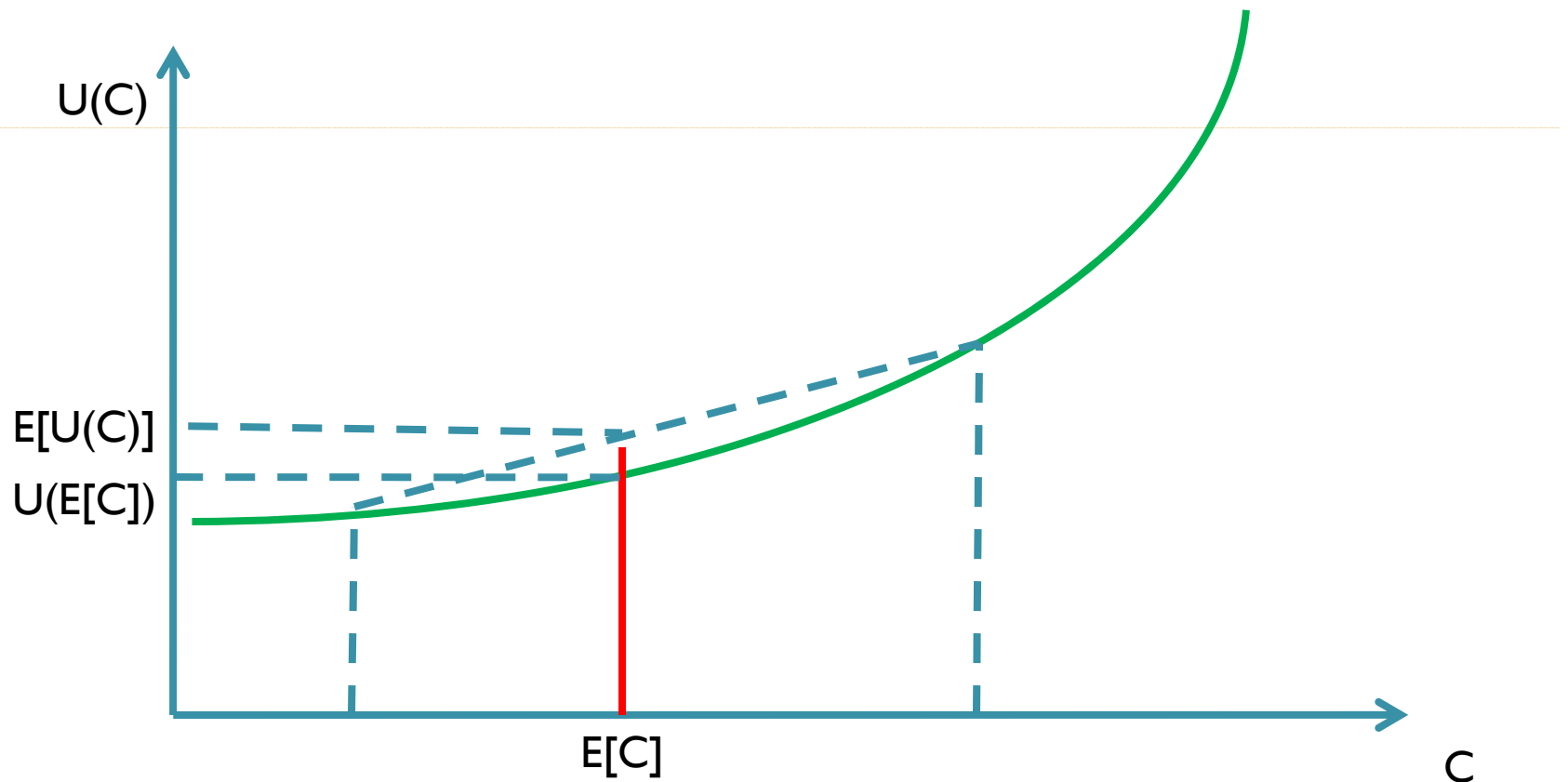
Aversión al riesgo

- Dos opciones
- Me quedo con R, seguro
- O lotería en la cual gano x
 - Proba P: tengo $x = R+A$
 - Proba $(1-P)$: tengo $x = R-B$
 - $R = E[x] = P(R+A) + (1-P)(R-B)$
- Consumo todo lo que gano
- ¿Qué elijo?
- Comparo $U(R)$ con $E[U(x)]$

Aversión al riesgo: utilidad concava



Amante del riesgo: utilidad convexa



Concavidad de la utilidad

- Es una medida de aversión al riesgo
- Se puede mostrar
 - que cuanto más concava la utilidad
 - Mayor es la premia de riesgo
 - y menor el equivalente cierto
- ¿ Se puede medir la concavidad?

Coeficiente (absoluto) de aversión al riesgo

- Arrow (Nobel, 1972) y Pratt
- ¿Cuál es la tasa de crecimiento de la utilidad marginal al aumentar el consumo de la cantidad uno?
- Coeficiente de aversión al riesgo

$$\rho_A(c) = -\frac{d \ln u'(c)}{dc} = -\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

Coeficiente relativo de aversión al riesgo

- ¿Cuál es la tasa de crecimiento de la utilidad marginal al aumentar el consumo de un porcentaje?
- Coeficiente relativo de aversión al riesgo:

$$\rho_R(c) = -\frac{d \ln u'(c)}{d \ln c} = -c \frac{u''(c)}{u'(c)}$$

Ejemplo: « power utility function »

- Consideremos la función de utilidad:

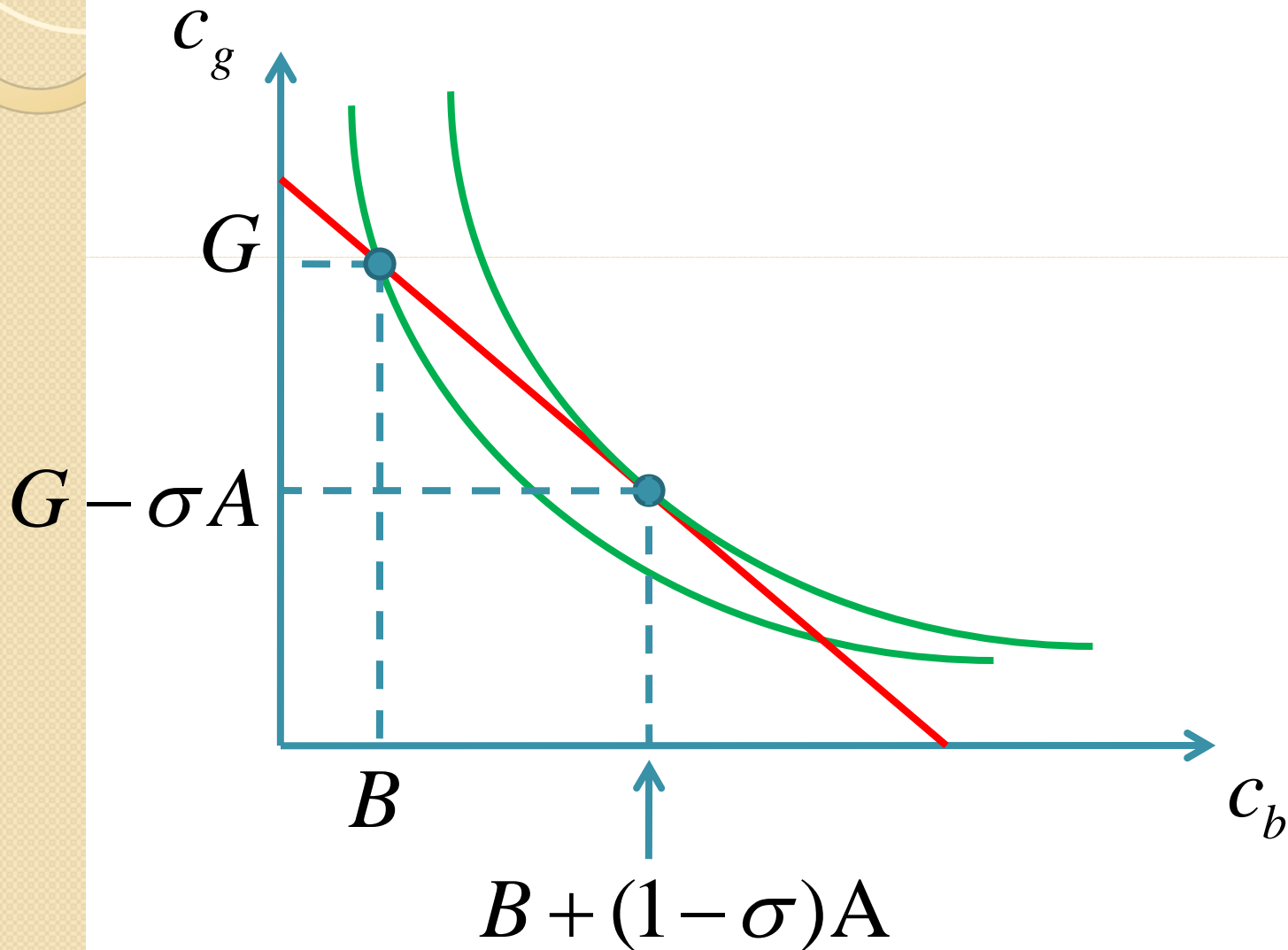
$$u(c) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$$

Aplicación: teoría del seguro

- Un periodo, dos posibilidades (aleatorias)
- Proba $\frac{1}{2}$: « good state », tengo $u(G)$
- Proba $\frac{1}{2}$: « bad state », tengo $u(B)$
- Puedo pagar σA para conseguir A en el estado malo
- Elijo A para Maximizar

$$\frac{1}{2}u(G - \sigma A) + \frac{1}{2}u(B - \sigma A + A)$$

Aplicación: teoría del seguro



Aplicación: teoría del seguro

- Condición de equilibrio:

$$\frac{u'(G - \sigma A)}{u'(B + (1 - \sigma)A)} = \frac{1 - \sigma}{\sigma}$$

- O de manera equivalente:

$$\frac{u'(c_g)}{u'(c_b)} = \frac{1 - \sigma}{\sigma}$$

Conclusión sobre teoría del seguro

- Vimos que la concavidad implicaba que el agente suaviza el consumo *en el tiempo*

- Implica también que el agente suaviza el consumo *entre estados de la naturaleza*



**EL CONSUMO:
UNA ¿MARTINGALA?**

Riesgo con 2 periodos

- Modelo de Fisher con 2 periodos
- Diferencia:
 - El ingreso en el segundo periodo es estocástico
 - Sea F la distribución de este ingreso
- Consumidor maximiza utilidad esperada

Riesgo con 2 periodos

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_0) + E_0 \{ \beta u(c_1) \}$$

- Bajo la restricción

$$y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 \geq c_0 + \frac{1}{1+r} c_1$$

y_1 es estocástico

Riesgo con 2 periodos

- El lagrangiano:

$$L = u(c_0) + \beta E_0 u(c_1) + \int \lambda(y_1) \left(y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 - c_0 - \frac{1}{1+r} c_1 \right) dy_1$$

Riesgo con 2 periodos

- Condiciones de primer orden:

$$u'(c_0) - \int \lambda(y_1) dy_1 = 0$$

$$\beta E_0 [u'(c_1)] - \int \frac{\lambda(y_1)}{1+r} dy_1 = 0$$

- Por lo tanto,

$$u'(c_0) = (1+r) \beta E_0 [u'(c_1)]$$

Riesgo con T+1 periodos

- Con más 2 periodos tenemos:

$$u'(c_t) = (1+r) \beta E_t [u'(c_{t+1})]$$

- Ejemplo: utilidad cuadrática y $1+r = 1/\beta$

$$u(c_t) = c_t - \frac{a}{2} c_t^2$$

Martingala

- Con utilidad cuadrática y $1+r = 1/\beta$:

$$1 - ac_t = E_t [1 - ac_{t+1}]$$

- De manera equivalente,

$$c_t = E_t [c_{t+1}]$$

- Resultado se debe a Hall (1978)

Martingala

- Agente suaviza el consumo basándose en sus anticipaciones
- Para ello explota toda la información que tiene
- Si no lo hiciese, no estaría optimizando
- Test de Hall (1978)
- Controversia: no vuelve el consumo a un valor « normal »



EL AHORRO DE PRECAUCIÓN

Críticas sobre la teoría de Hall

- El riesgo no juega mucho papel con utilidad cuadrática
- Con utilidad cuadrática:

$$u'(c_t) = (1+r)\beta E_t[u'(c_{t+1})]$$

$$\Rightarrow c_t = E_t[c_{t+1}]$$

- Querriamos que más riesgo implique más ahorro

Ahorro de precaución

- Para que aumente el ahorro, necesitamos que más riesgo implique

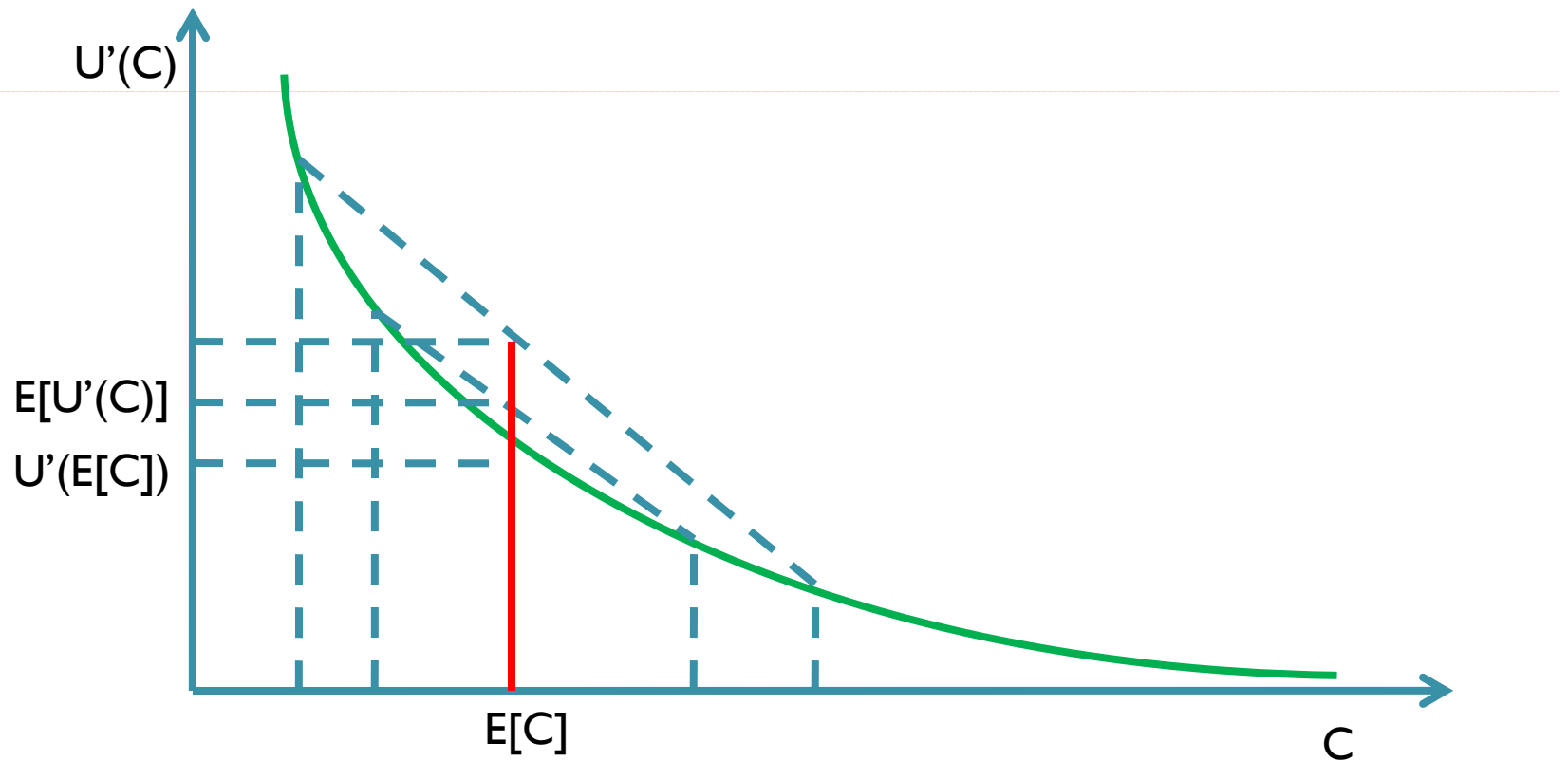
$$E_t [u'(c_{t+1})] \nearrow \Rightarrow u'(c_t) \nearrow \Rightarrow c_t \searrow$$

- En efecto, recuerden

$$u'(c_t) = (1+r) \beta E_t [u'(c_{t+1})]$$

Ahorro de precaución

- Utilidad marginal convexa:



Ahorro de precaución

- Se dice que un consumidor es prudente si

$$u'''(c) > 0!!!$$

- Medidas similares a la aversión al riesgo:
 - Coeficiente absoluto de prudencia
 - Coeficiente relativo de prudencia

$$-\frac{u'''(c)}{u''(c)} \text{ y } -\frac{u'''(c)}{u''(c)} c$$



RESTRICCIÓN DE CRÉDITO

El modelo de Fisher con restricción de crédito

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- Tal que $y_1 = c_1 + s$

$$y_2 + s(1 + r) = c_2$$

- Para simplificar, no hay riesgo

Restricción de crédito

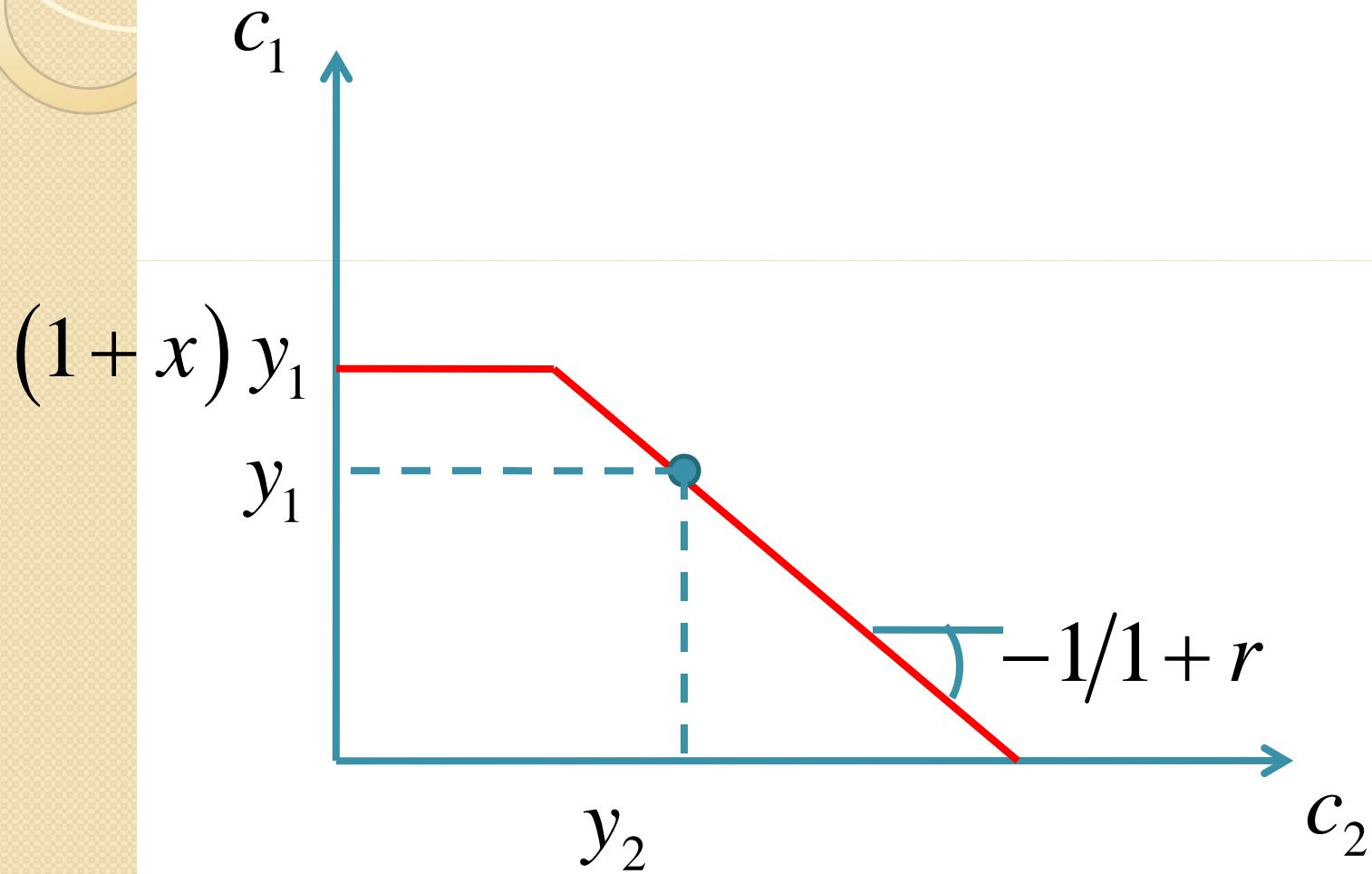
- Pero imponemos además

$$s \geq -xy_1, \quad x \in (0,1)$$

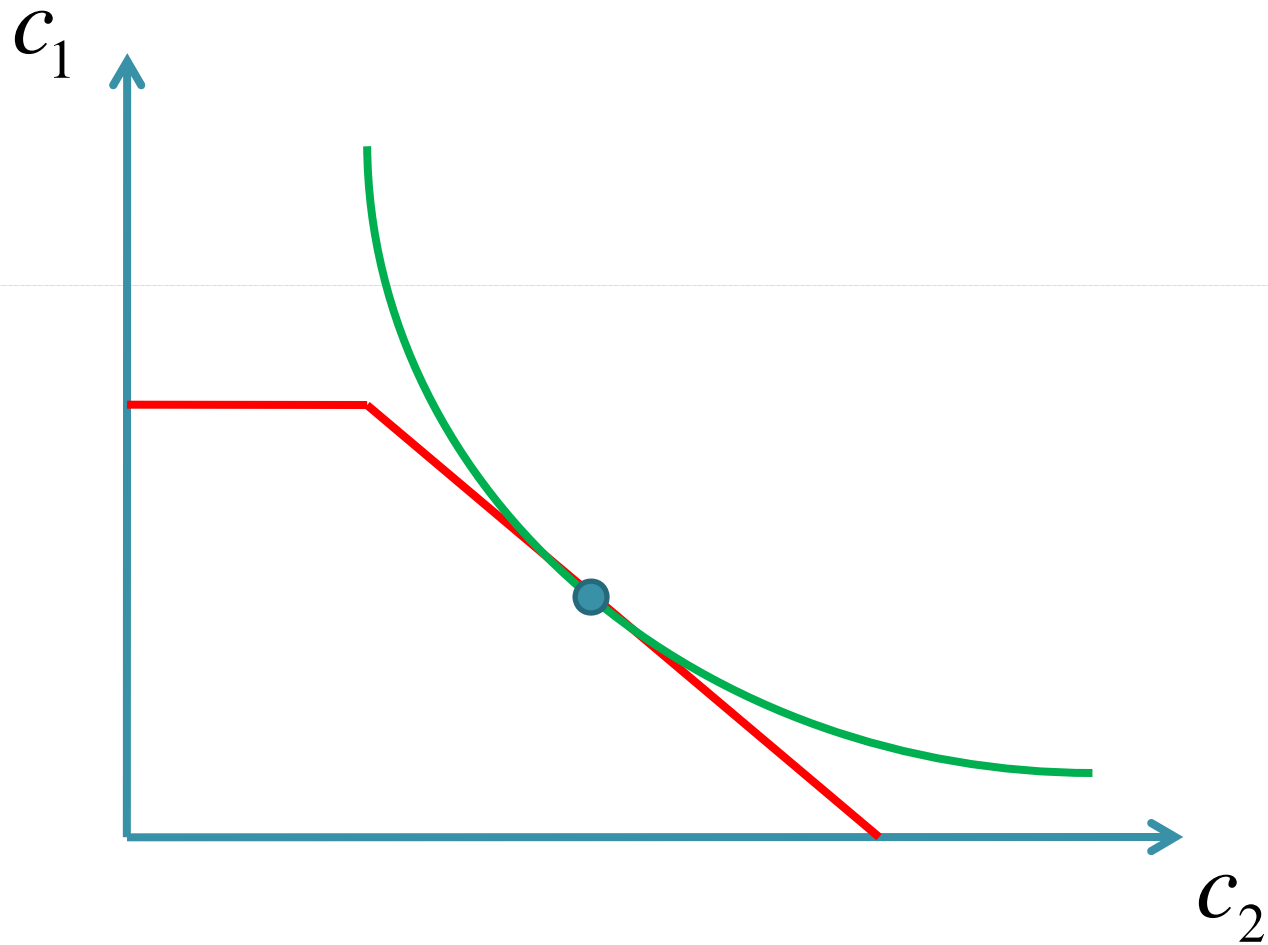
- Esto equivale a

$$c_1 \leq (1+x)y_1$$

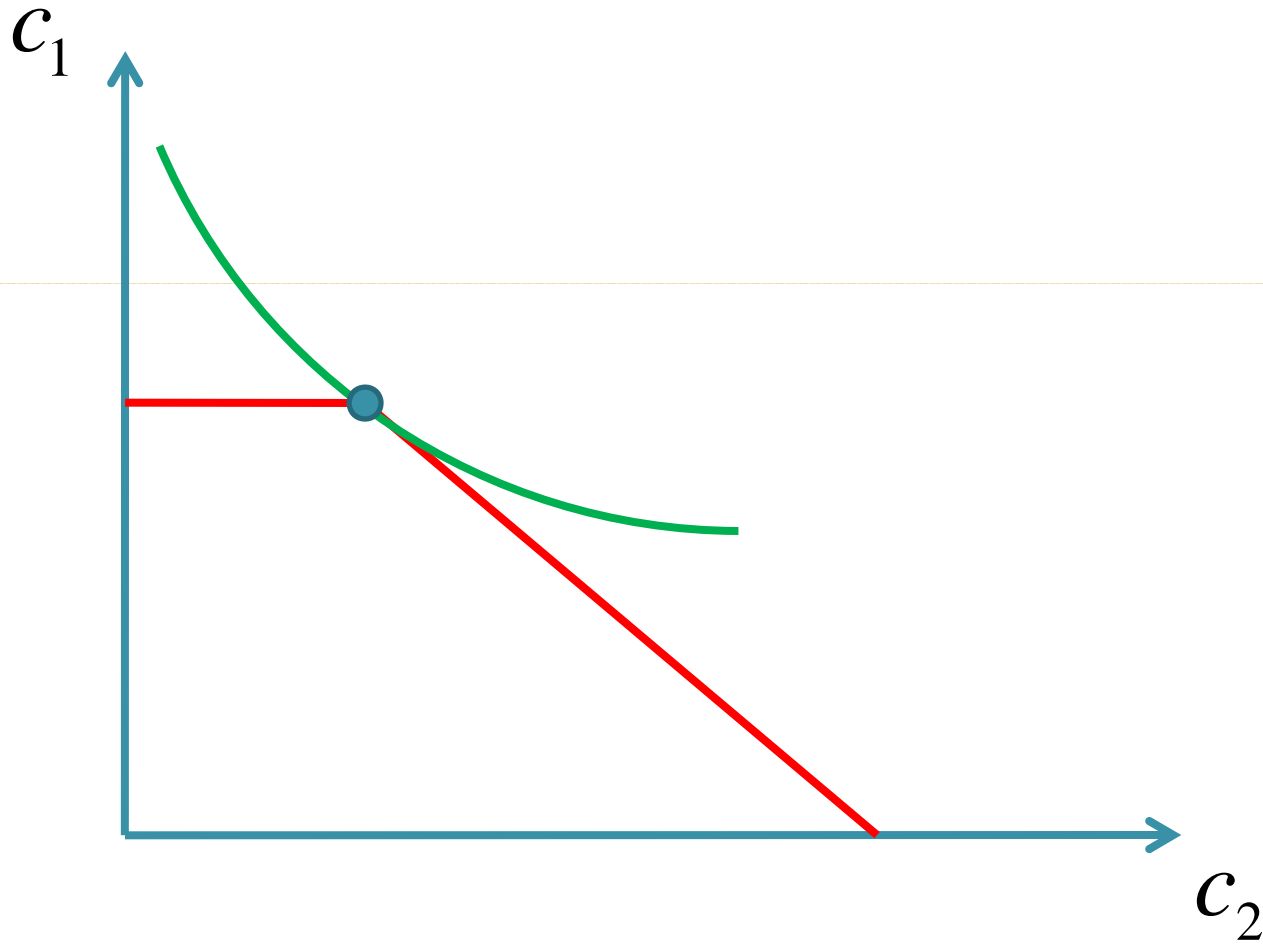
Restricción presupuestaria



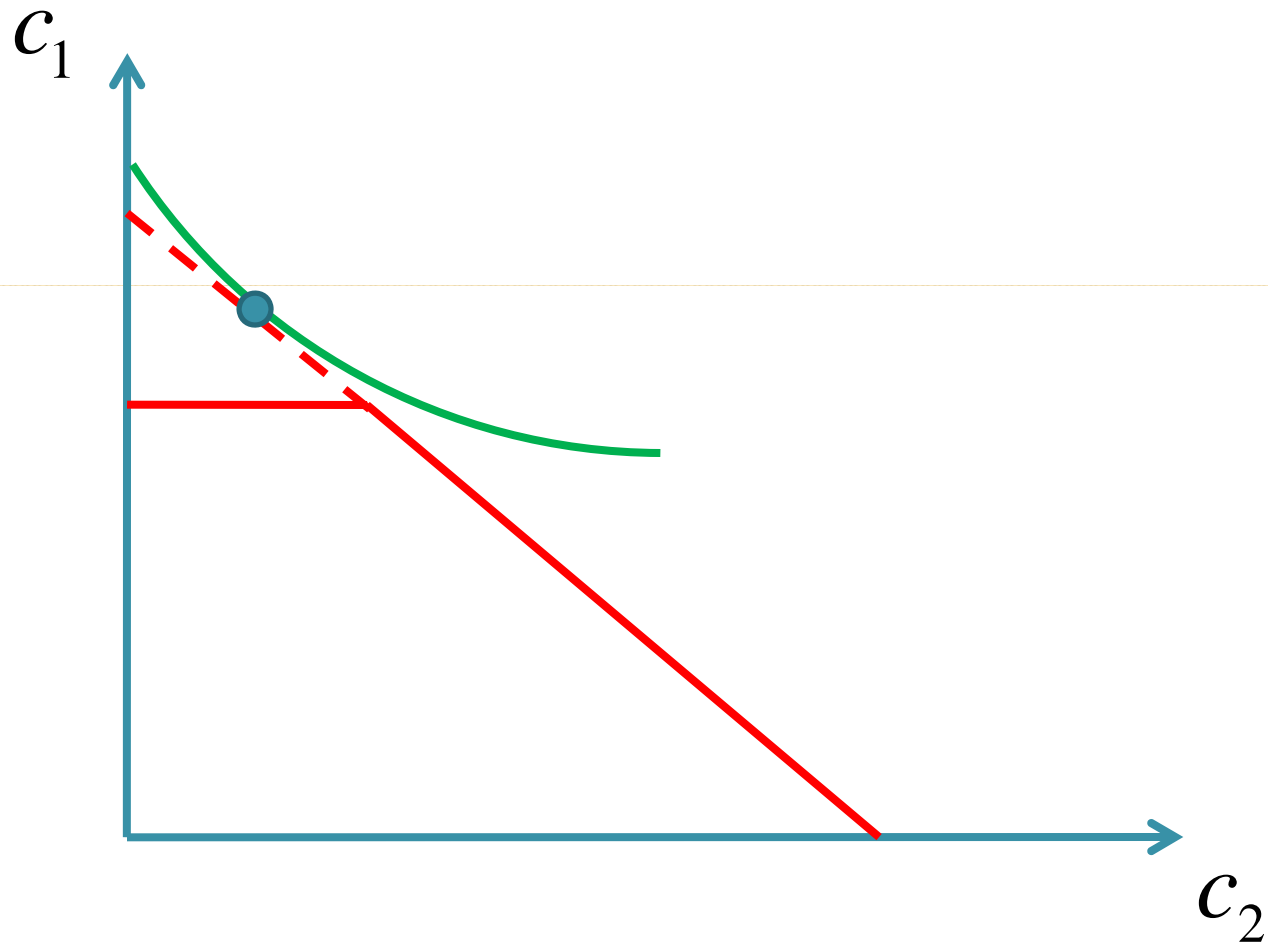
Restricción presupuestaria



Restricción presupuestaria



Restricción presupuestaria



Restricción de crédito

- Supongamos $1+r = 1/\beta$
- Sin restricción, tendríamos

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = 1 + r \Rightarrow c_1 = c_2$$

- Sin embargo, puede que

$$c_1 = (1+x)y_1 < c_2$$



Conclusión

- Restricción de crédito pueden explicar volatilidad alta del consumo
- Importancia de las recesiones
- Contradice el resultado de Hall (1978)