



Macroeconomía

Alexandre Janiak

Dpto. de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile

Clase 5 del 28/03/2008

El modelo de Solow

- Premio Nobel de economía del 1987



La función de producción

- Dos inputs: trabajo y capital

$$Y_t = F_t(K_t, N_t)$$

- La función depende también del estado de la tecnología
- Rendimientos de escala constantes
- Rendimiento decreciente de cada factor

Producción per capita

$$\frac{Y_t}{N_t} = F_t \left(\frac{K_t}{N_t}, 1 \right)$$

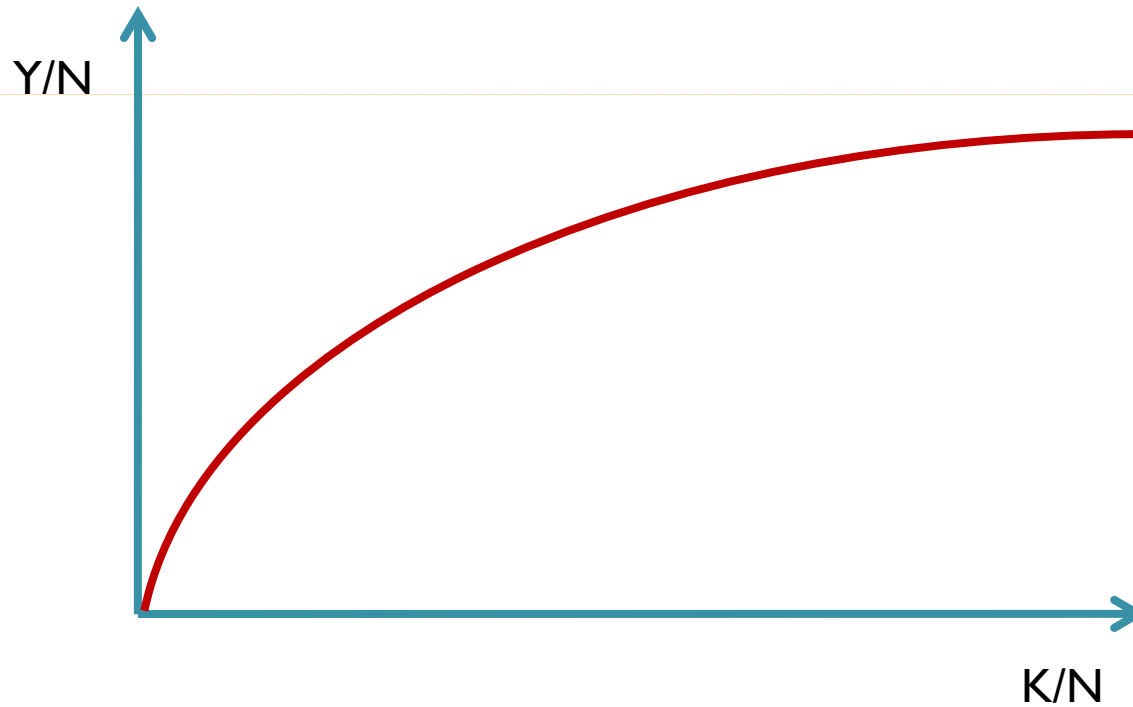
$$\frac{Y_t}{N_t} = f_t(k_t)$$

Las condiciones de Inada

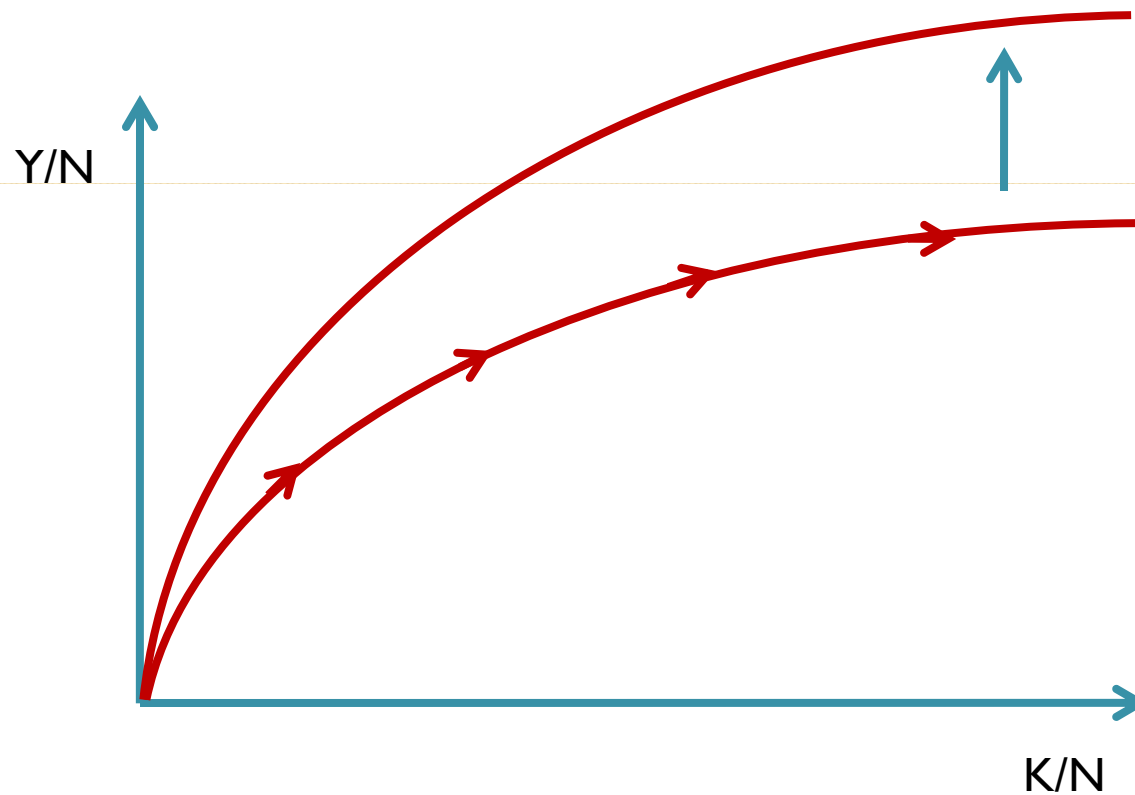
$$\lim_{x \rightarrow 0} f_t'(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f_t'(x) = 0$$

Producción per capita



Origen del crecimiento en el modelo





**° VERSIÓN RESTRINGIDA
DEL MODELO DE
SOLOW**

Versión restringida

- No progreso tecnológico
- Crecimiento exogeno de la población

$$\dot{N}_t = g_n N_t$$

- La oferta de trabajo es inelástica

Producción e inversión

- Economía cerrada
- Ningún gobierno

$$S_t = I_t$$

$$S_t = sY_t$$

$$\Rightarrow I_t = sY_t$$

Inversión y acumulación de capital

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

$$\Rightarrow \dot{k}_t = s \frac{Y_t}{N_t} - (\delta + g_n) k_t$$

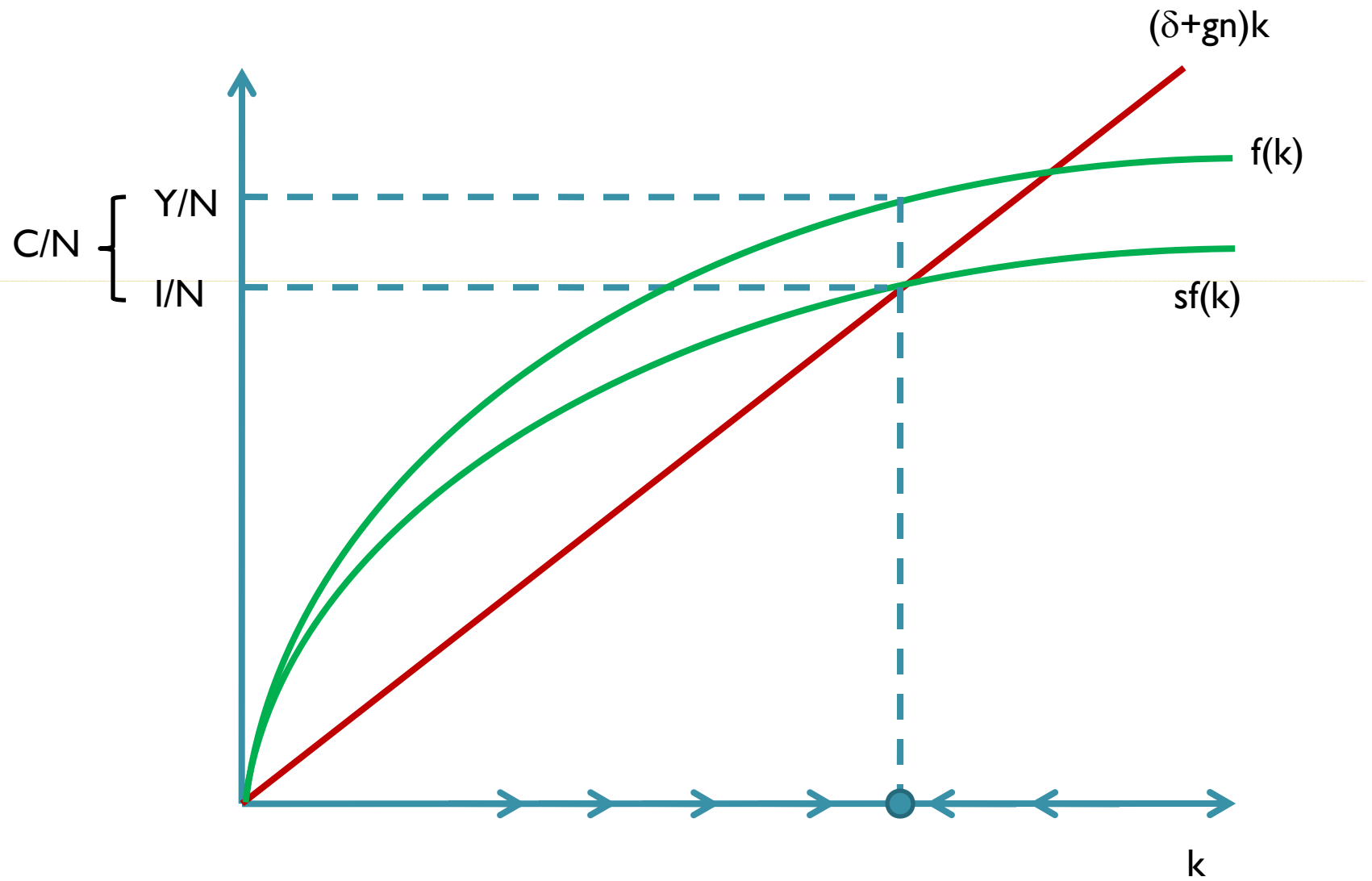
$$\Rightarrow \dot{k}_t = sf(k_t) - (\delta + g_n) k_t$$

Estado estacionario

$$sf(k^*) = (\delta + g_n)k^*$$

$$y^* = f(k^*)$$

Estado estacionario



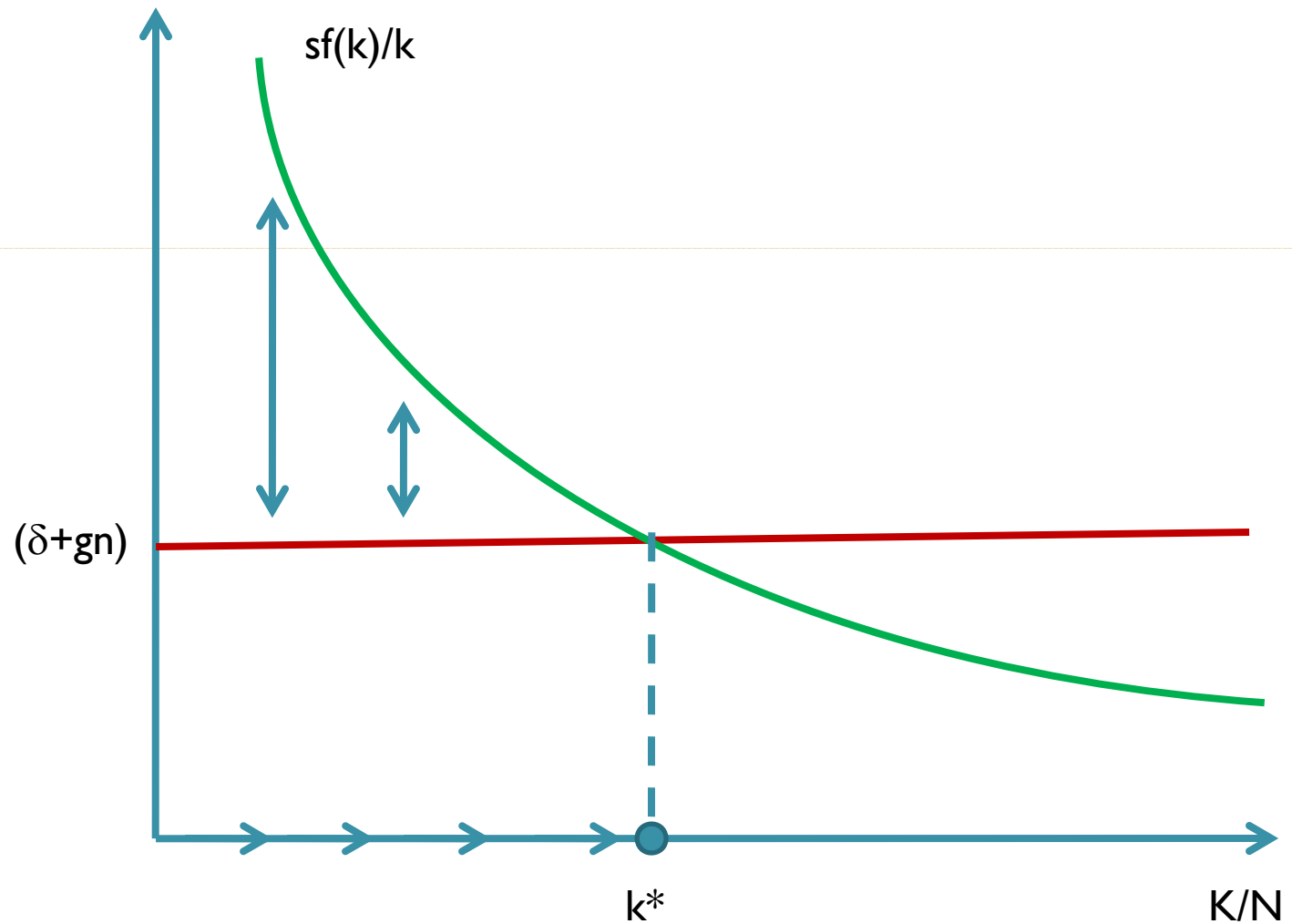
Agregados económicos

- Senda de crecimiento balanceado
 - ¿Cual la evolución en el largo plazo de
 - Producción?
 - Consumo?
 - Inversión?
 - Ahorro?
 - Stock de capital?
-

Convergencia condicional

$$\hat{k}_t = \frac{sf(k_t)}{k_t} - (\delta + g_n)$$

Convergencia condicional

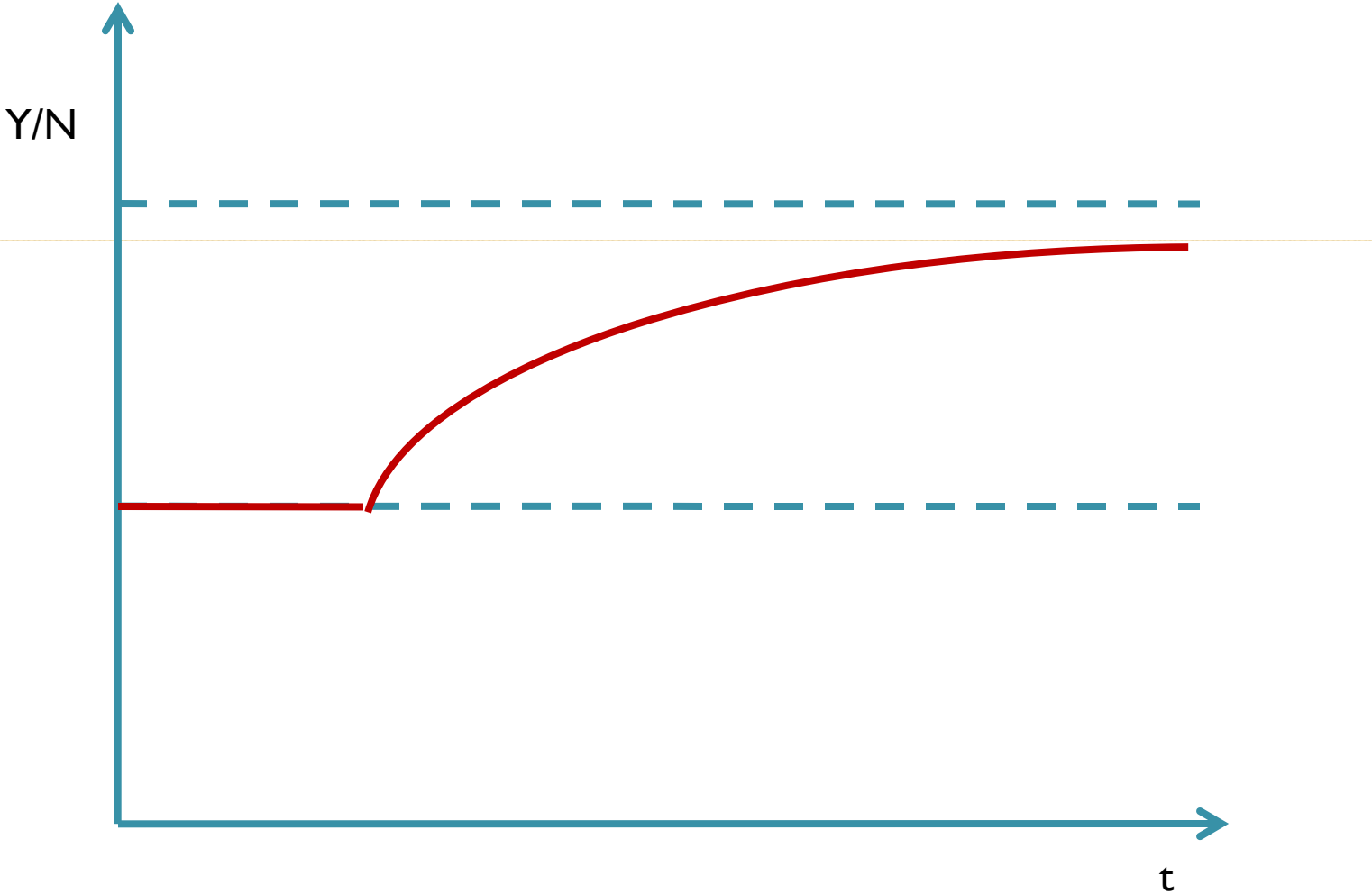




Tasa de ahorro

- No tiene efecto sobre el crecimiento del PIB per capita en el largo plazo
- Determina el nivel de la PIB per capita n el largo plazo
- Un aumento de la tasa de crecimiento genera un crecimiento durante un tiempo

Tasa de ahorro



La regla dorada

- Nivel de ahorro óptimo?

$$c^* = f(k^*) - sf(k^*)$$

$$c^* = f(k^*) - (\delta + g_n)k^*$$

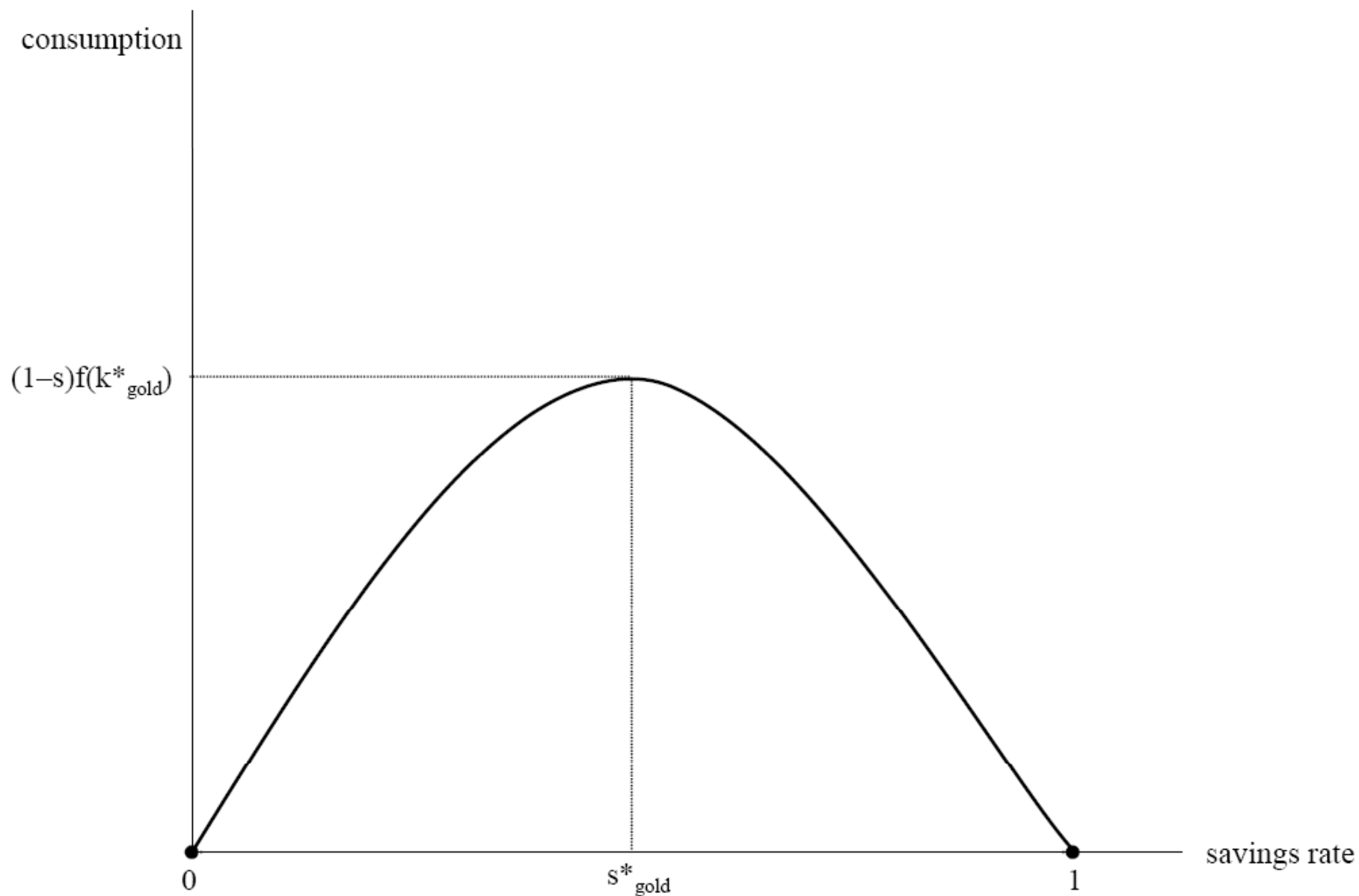


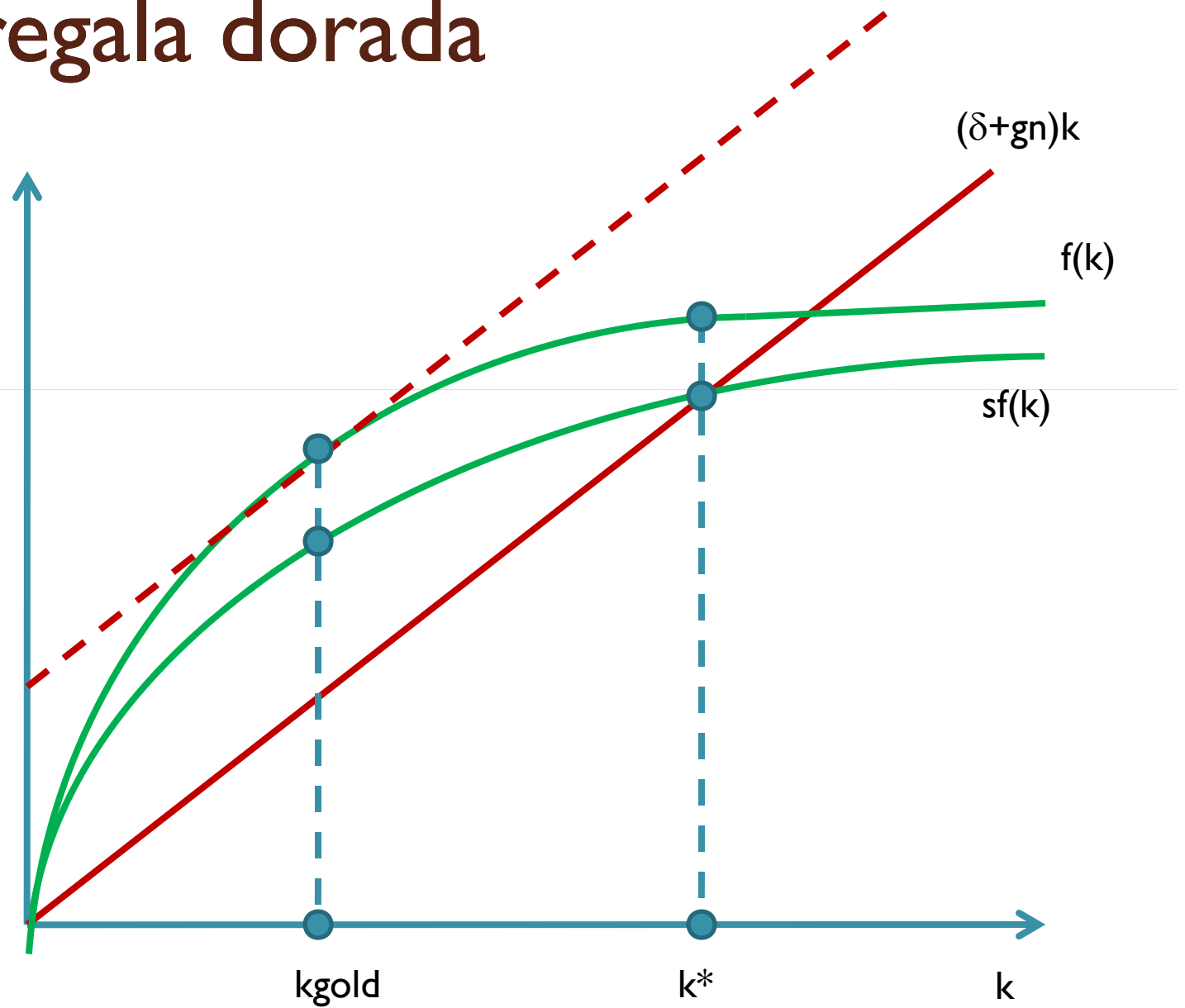
FIGURE 2.6. The “golden rule” level of savings rate, which maximizes steady-state consumption.

La regla dorada

$$\frac{\partial c^*(s)}{\partial s} = \left[f'(k^*(s)) - \delta - g_n \right] \frac{\partial k^*(s)}{\partial s}$$

$$f'(k^*(s)) = \delta + g_n$$

La regala dorada





PROGRESO TÉCNICO



Progreso técnico y producción

- Producir más con los mismos factores
- Mejor calidad
- Nuevos productos
- Más variedad de productos

- Misma modelización !

Diferentes formas de modelizar el progreso técnico

$$F_t(K_t, N_t) \equiv F(K_t, N_t, A_t)$$

- Neutro según Hicks
- Neutro según Solow
- Neutro según Harrod

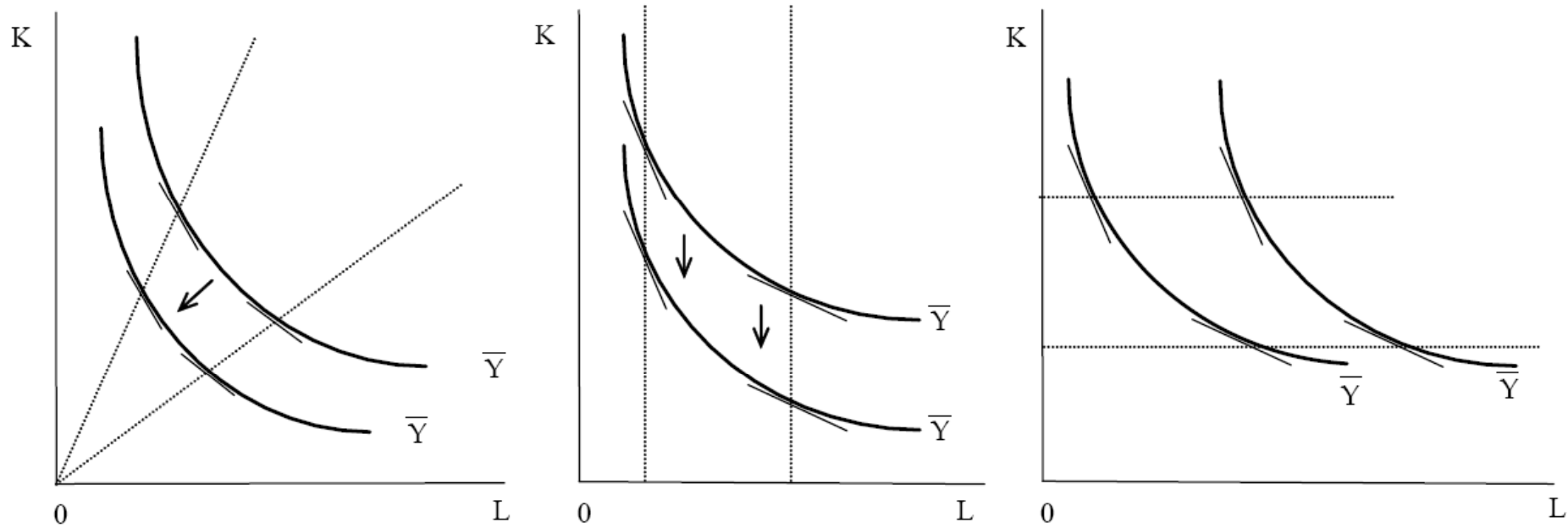


FIGURE 2.12. Hicks-neutral, Solow-neutral and Harrod-neutral shifts in isoquants.

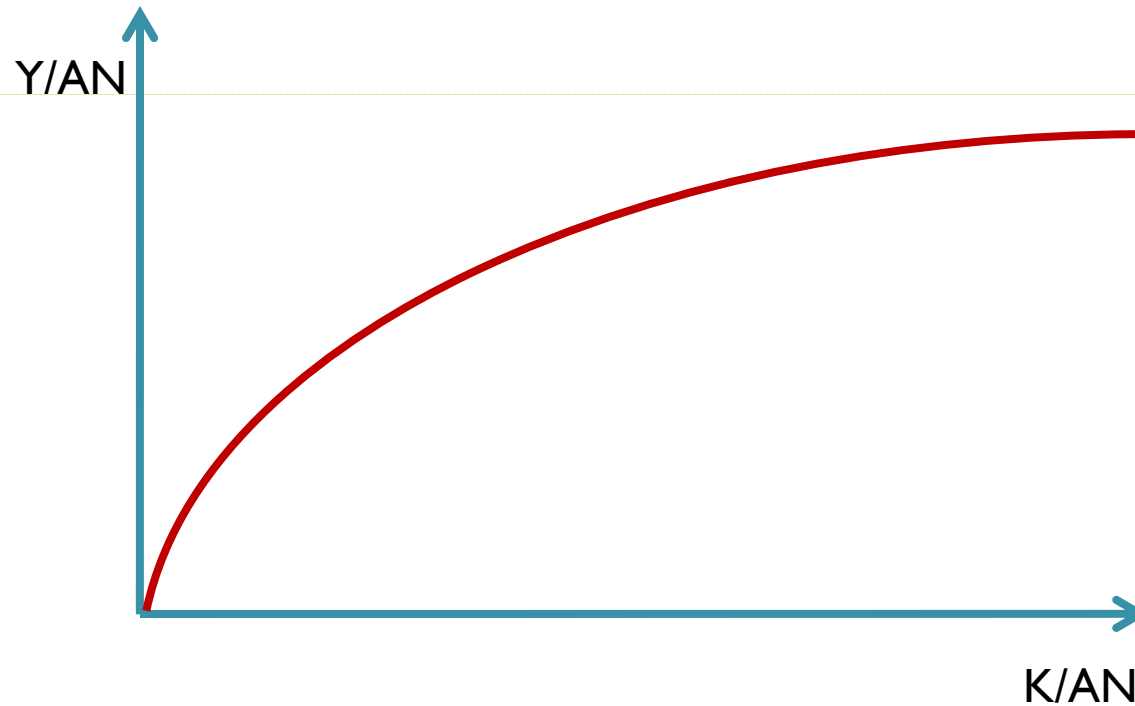
Progreso técnico

$$\dot{A}_t = g_a A_t$$

- Unidades de eficiencia de trabajo NA

$$\frac{Y_t}{A_t N_t} = f\left(\frac{K_t}{A_t N_t}\right) = f(\tilde{k}_t)$$

Producción por unidades de eficiencia de trabajo



Producción e inversión

$$S_t = I_t = sY_t$$

$$\frac{I_t}{A_t N_t} = \frac{sY_t}{A_t N_t} = sf(\tilde{k}_t)$$

Inversión y acumulación de capital

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

$$\Rightarrow \dot{\tilde{k}}_t = s\tilde{y}_t - (\delta + g_a + g_n)\tilde{k}_t$$

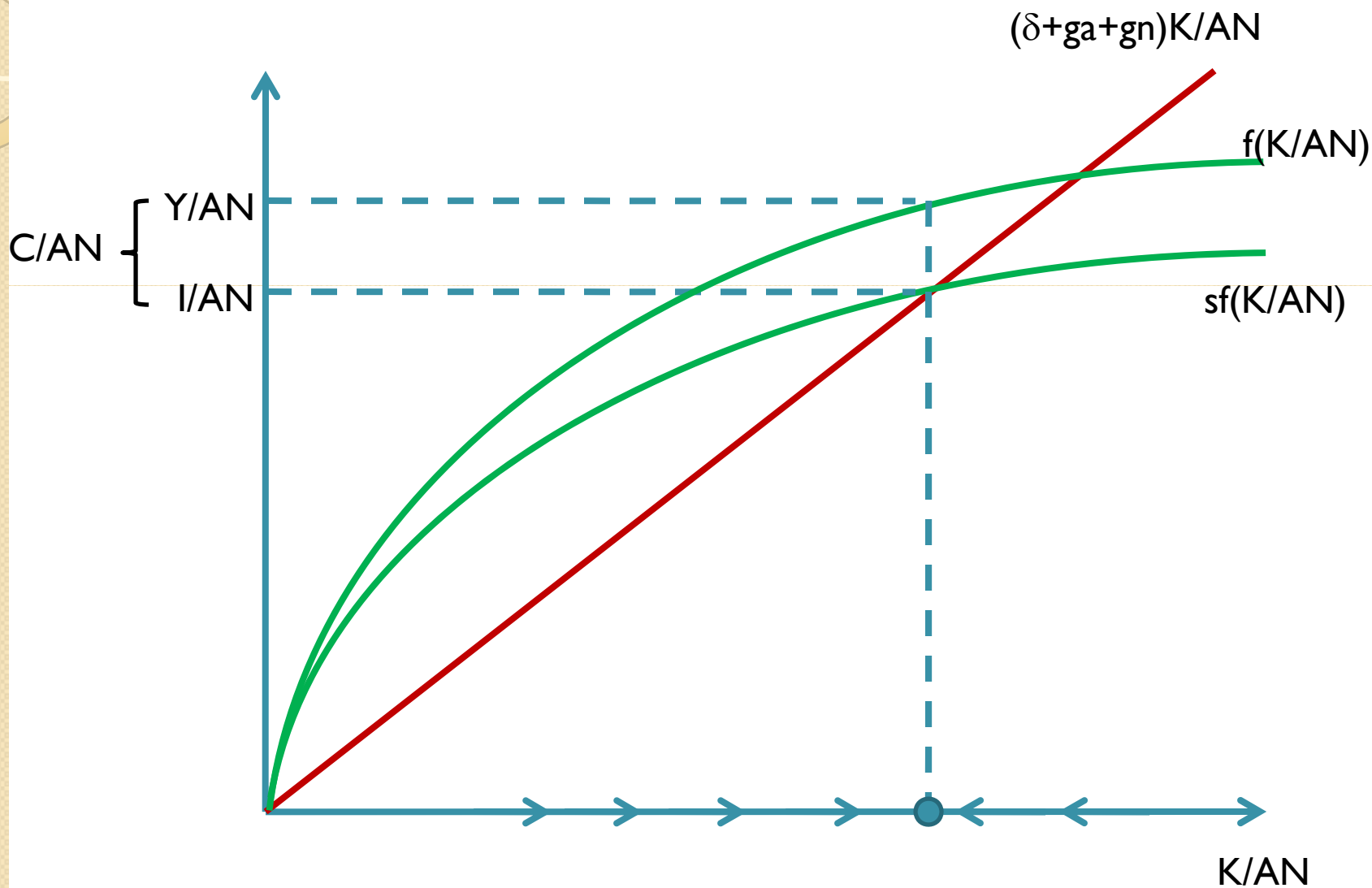
$$\Rightarrow \dot{\tilde{k}}_t = sf(\tilde{k}_t) - (\delta + g_a + g_n)\tilde{k}_t$$

Estado estacionario

$$sf(\tilde{k}^*) = (\delta + g_n)\tilde{k}^*$$

$$\tilde{y}^* = f(\tilde{k}^*)$$

Estado estacionario



Agregados económicos

- Cual es la evolución en el largo plazo de
 - Producción?
 - Consumo?
 - Inversión?
 - Ahorro?
 - Stock de capital?
- Per capita / agregado

Tasa de ahorro

