

Auxiliar Extra 2: Cálculo Diferencial e Integral

Profesor de Cátedra: Leonardo Sanchez C.

Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Matias Godoy Campbell

Miércoles 13 de Octubre de 2010

P1. Sea $I_n = \int \frac{\cos(nx)}{\cos(x)^n} dx$

a) Calcular I_1 y I_2 .

b) Calcular $\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^{n+1}} dx$

c) Encontrar I_{n+1} en función de I_n .

P2. Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(n+i) - \ln(n))$$

P3. Sea f una función derivable en $[0, 1]$, y sea

$$M = \sup_{x \in (0,1)} |f'(x)| < \infty$$

Pruebe que:

$$(\forall n \geq 1) \quad \left| \sum_{j=0}^{n-1} \frac{f\left(\frac{j}{n}\right)}{n} - \int_0^1 f(x) dx \right| \leq \frac{M}{2n}.$$

P4. Pruebe que si f es una función integrable en el intervalo $[a, b]$, entonces la función g definida por $g(x) = f(-x)$ es integrable en el intervalo $[-b, -a]$ y se tiene que

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{-b}^{-a} g(x) dx$$

P5. Determine los puntos donde existe la derivada de la función $\int_0^{|x|^3} \sin(t^2) dt$, y encuentre su valor.