



CONTROL # 3
22 de noviembre de 2010
Tiempo: 3 horas

- P1.** a) El tiempo que transcurre entre cada llamada recibida en una central de atención telefónica sigue una distribución exponencial de parámetro λ desconocido. Se toma una m.a.s. X_1, \dots, X_n de estos tiempos.
- 1) (2.0 pts.) Obtenga estimadores para λ usando el método de los momentos y el método de máxima verosimilitud.
 - 2) (1.0 pto.) Muestre que estos estimadores convergen casi seguramente a λ cuando el tamaño de la muestra crece indefinidamente.
- b) (3.0 pts.) Una empresa fabrica ciertas piezas cuyo grosor debería ser de 7cm. Debido a pruebas realizadas sobre la producción, existe la sospecha de que la máquina que produce las piezas esté defectuosa, haciendo que estas tengan un menor grosor del deseado. Suponga que se obtiene una muestra aleatoria simple X_1, \dots, X_{25} de los grosores de estas piezas, tal que $\sum X_i = 172,508$ y su varianza muestral insesgada es $s^2 = 0,04$. Asuma además que el grosor de una pieza es una v.a. normal. Realice un test de hipótesis y calcule el p -valor. Indique su conclusión para un nivel de significación de $\alpha = 5\%$.

- P2.** a) (3.0 pts.) Se lanza una moneda 25 veces, obteniendo la siguiente secuencia:

SSCCSCCSCSSCSCCSCCSCSSCC

Aproximando con el TLC, obtenga un intervalo de confianza para la probabilidad de cara p al 90%.

- b) (3.0 pts.) En un laboratorio se desea estudiar la variabilidad de las mediciones tomadas en un complejo experimento. Se tomaron 6 mediciones:

9,54 9,61 9,32 9,48 9,70 9,26,

las cuales entregan $\sum (X_i - \bar{X})^2 = 0,14275$. Suponiendo que ellas provienen de una distribución normal, obtenga un intervalo de confianza de la varianza σ^2 al nivel 90%.

- P3.** a) Se sabe que el tiempo medio de espera de la micro es de 5 minutos.
- 1) (1.0 pto.) Entregue una cota superior para la probabilidad de que la micro demore más de 15 minutos.
 - 2) (1.5 pts.) Estudios posteriores publicados por las autoridades de transporte revelan que la raíz de la varianza del tiempo de espera es de 3 minutos. Con esta información adicional, entregue una nueva cota para la probabilidad de la parte anterior.
 - 3) (1.5 pts.) Usted espera la micro todos los días durante 36 días. Durante la espera, usted escucha la discografía de su grupo favorito, que dura exactamente 168 minutos, siempre retomándola en el instante en que la dejó el día anterior. ¿Cuál es la probabilidad que usted no alcance a terminar la discografía? Utilice el TLC.
- b) (2.0 pts.) Suponga que Y representa una única observación proveniente de una distribución con densidad dada por

$$f(y) = \begin{cases} \theta y^{\theta-1}, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Dado $\theta_1 > 1$, encuentre la región de rechazo del test más potente a nivel α para la hipótesis nula $\theta = 1$ versus la hipótesis alternativa $\theta = \theta_1$.

