Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FENOMENOS DE TRANSPORTE EN METALURGIA

INTRODUCCIÓN Y FUNDAMENTOS

Clase 02/03

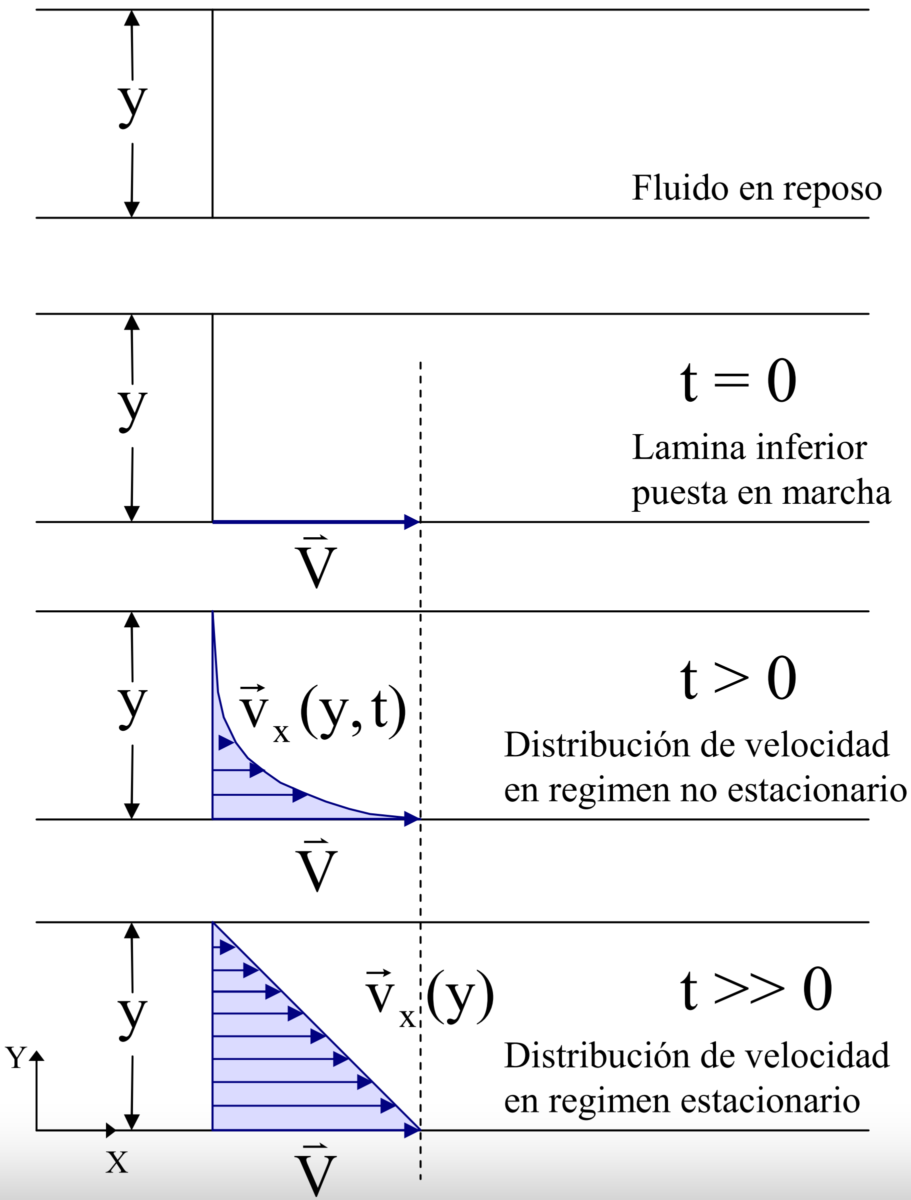
Prof. Dr. Leandro Voisin A.

Flujo de fluidos viscosos

- *Para fluidos con bajo peso molecular, la propiedad física que caracteriza la resistencia a fluir es la viscosidad, μ..*

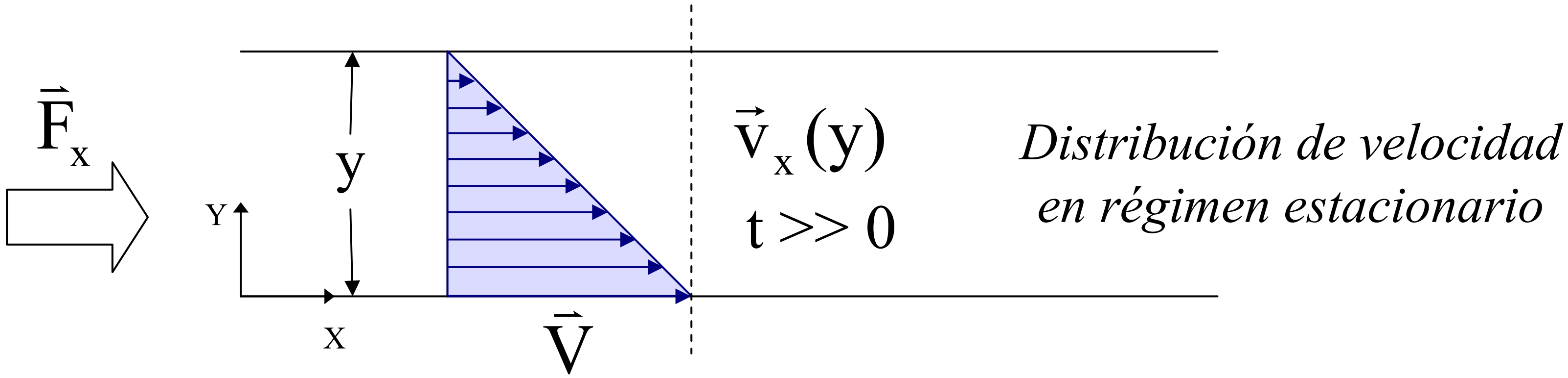
- ***Transporte molecular de momentum:** Corresponde al transporte viscoso y por ende tiene relación con μ.*
- ***Transporte convectivo de momentum:** Es producido por el seno del fluido y se relaciona con la densidad de este, ρ.*

Ley de viscosidad de Newton



- *Supongamos dos placas paralelas de área A, separadas por una distancia y.*
- *En el espacio entre ellas, hay un fluido (líquido o gas).*
- *Inicialmente el sistema esta en reposo, pero en t = 0 la placa inferior se pone en movimiento en la dirección x a una velocidad constante* $\vec{V}$.

Ley de viscosidad de Newton



- *Una vez que se logra el estado estacionario, es necesario aplicar una fuerza* $\vec{F}_x$ *constante para mantener la velocidad* $\vec{V}$ *de la placa, cumpliéndose la ecuación:*

$$\frac{\vec{F}}{A} = \mu \frac{\vec{v}}{y} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{A} = \mu \frac{\vec{v}}{y} = -\tau$$

donde:

μ : *Viscosidad del fluido (kg/m·s) ó (Pa·s).*

τ : *Esfuerzo de corte aplicado (kg/m·s²* $^{}$ *) ó (N/m²* *).*

Viscosidad

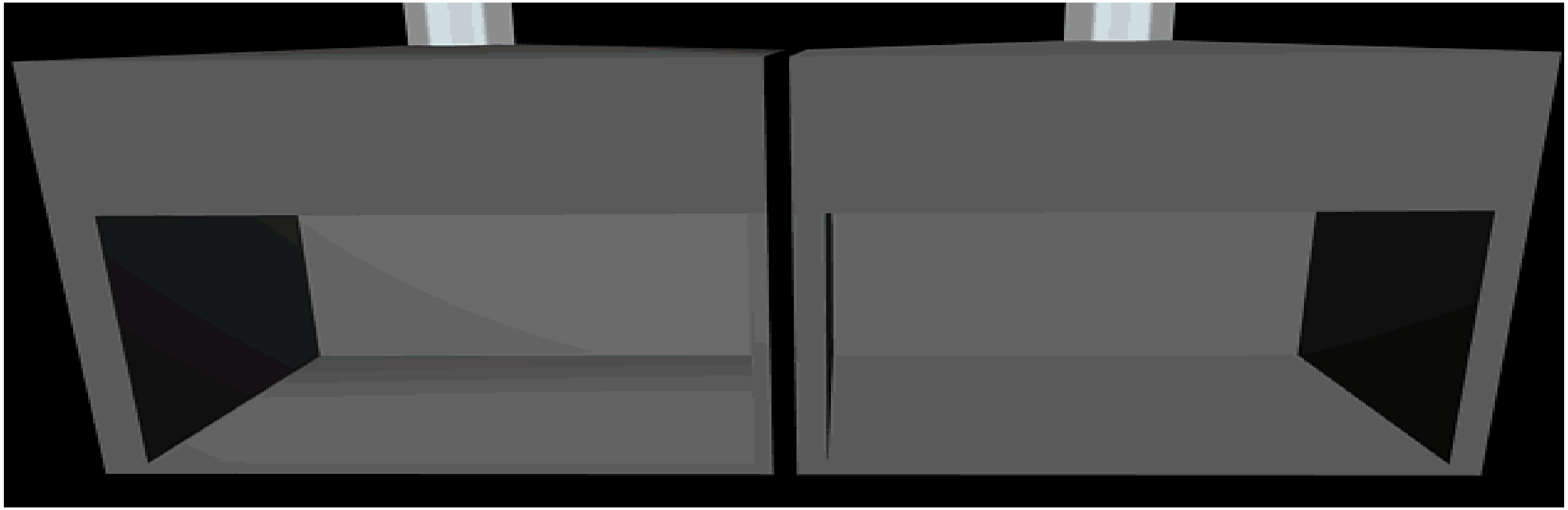
La viscosidad representa la resistencia al flujo del momentum

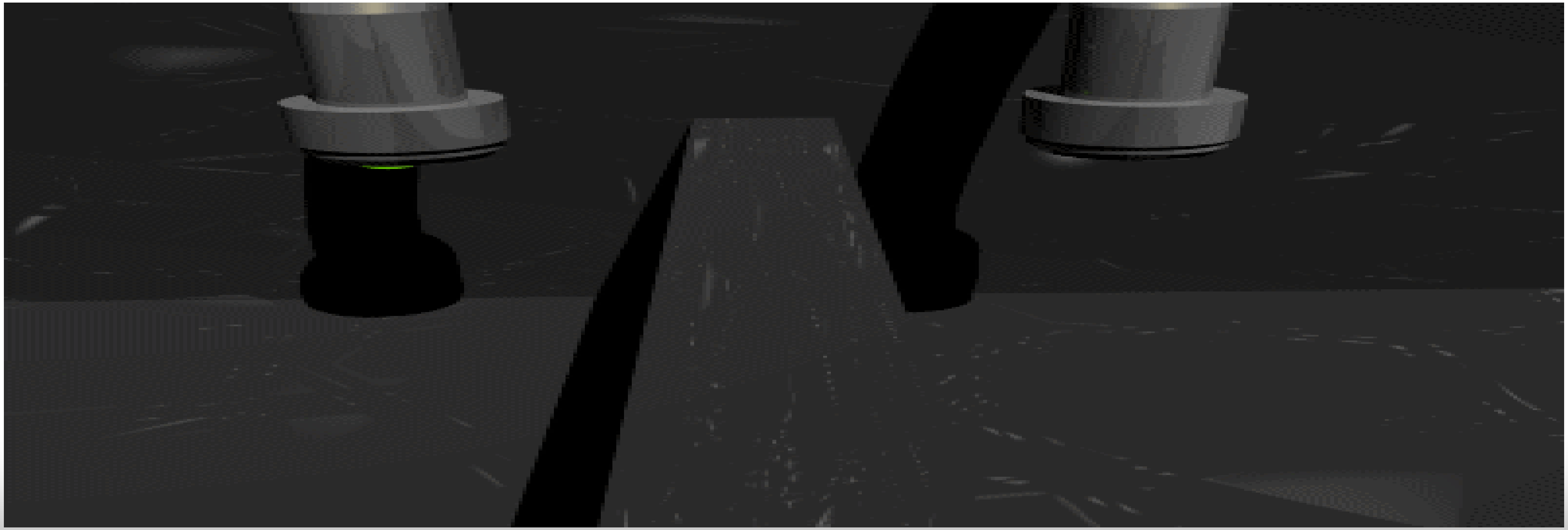
$$\tau = -\mu \frac{\vec{v}}{y}$$

Rangos típicos de viscosidad

Fluido	*Viscosidad [mPa·s]*		
gases	*0.01*	~	*0.1*
agua	*0.3*	~	*1.75*
metales líquidos	*0.5*	~	*5*
sales fundidas	*1*	~	*5*
matas fundidas	*1*	~	*4*
nitratos y carbonatos	*5*	~	*20*
aceites	*100*	~	*5000*
Escorias y lavas	*300*	~	*10000*

Viscosidad





Viscosidad

$$\mu = f\,(T^o, P^o, V^o, n_i, \langle dv_x / dy \rangle)$$

En general la viscosidad es función de variables termodinámicas fundamentales que definen un sistema tales como la temperatura, la presión, el volumen, la composición del fluido, etc.

En algunos casos, depende de la velocidad de corte generada por el flujo del fluido, por ejemplo para un flujo unidireccional en la dirección x, $\langle dv_x / dy \rangle$.

Viscosidad

A presión constante, la viscosidad del aire aumenta con la temperatura de 1,72 x 10^{-5} Pa·s a 0°C a 2,2 x 10^{-5} Pa·s a 100°C.

En el caso del agua, la viscosidad disminuye con la temperatura de 1,75 x 10^{-3} Pa·s a 0°C a 0,279 x 10^{-3} Pa·s a 100°C.

Empíricamente bajo dichas condiciones μ_{aire} y μ_{agua} en Pa·s están dadas por:

$$\mu_{aire} = \left[-1{,}0585 + 0{,}16803\sqrt{T(K)}\right] \cdot 10^{-5}$$

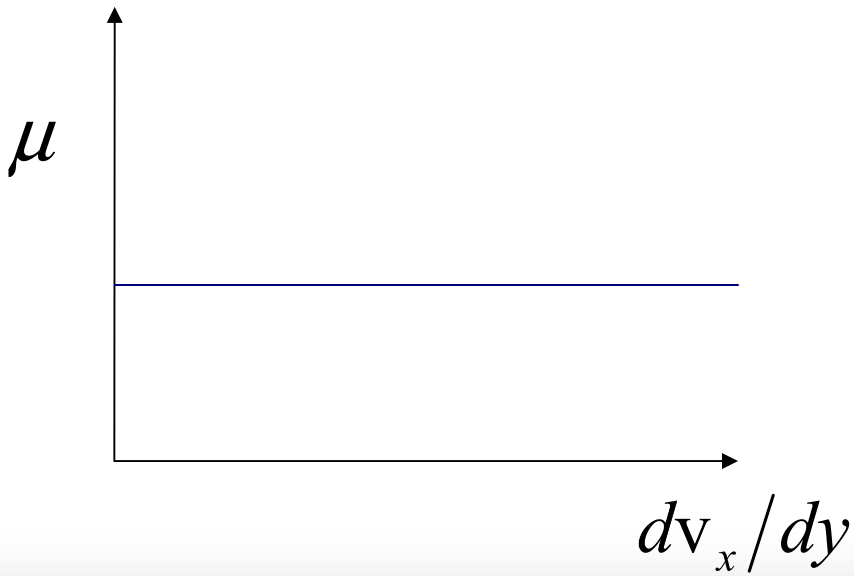
$$\mu_{agua} = e^{0{,}6885 - 0{,}10024 \cdot \left[T({}^{o}C)\right]^{0{,}65}} \cdot 10^{-3}$$

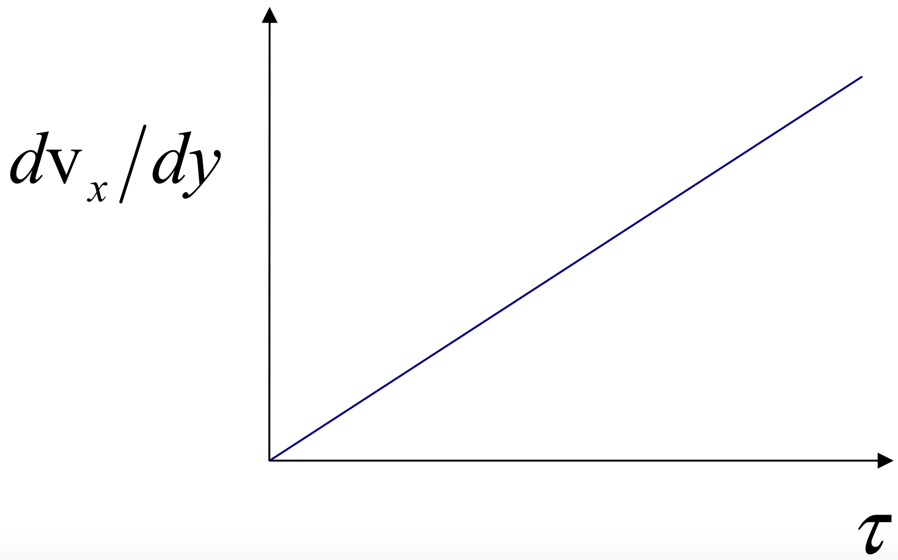
Tipos de Fluidos

Fluidos Newtonianos

Para una presión, temperatura y composición dadas, la viscosidad permanecerá constante, independiente de la velocidad de corte aplicada y por lo tanto se cumple que:

$$\tau = -\mu \frac{d\mathrm{v}_x}{dy}$$



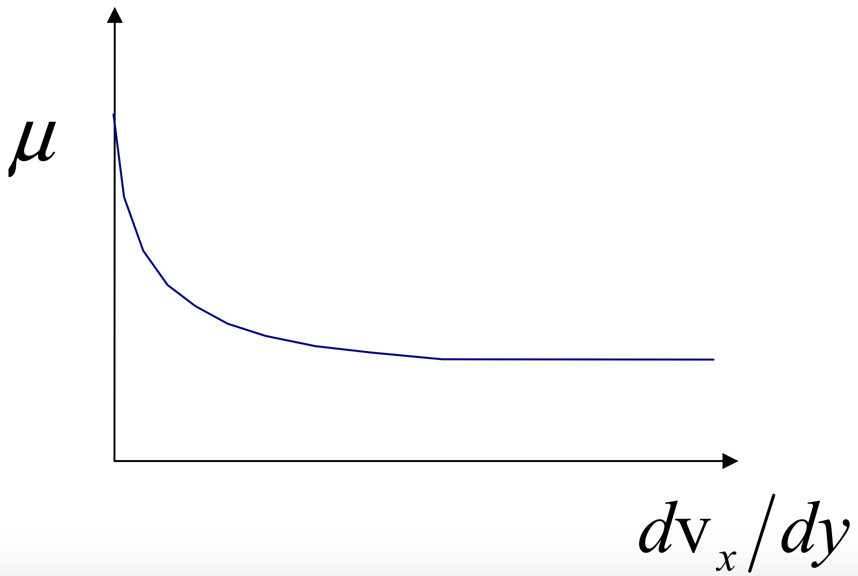


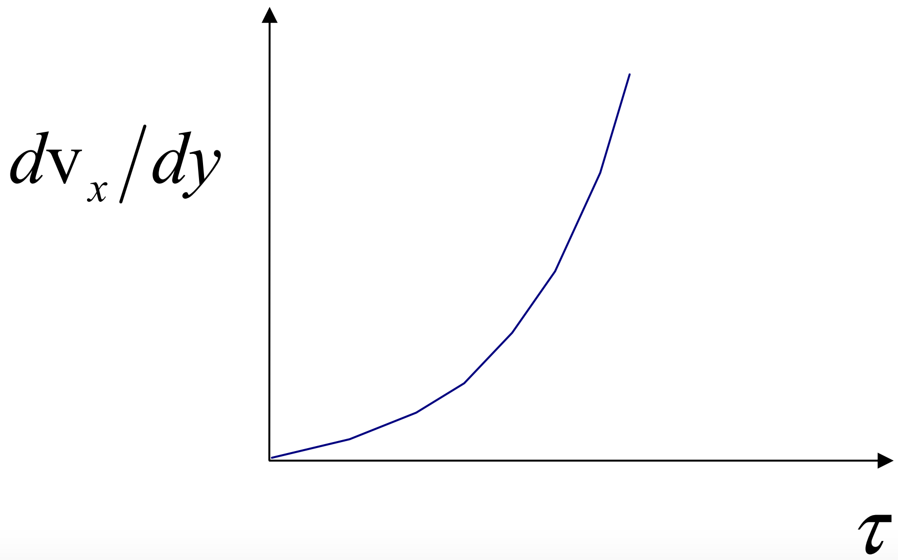
Tipos de Fluidos

Fluidos No-Newtonianos

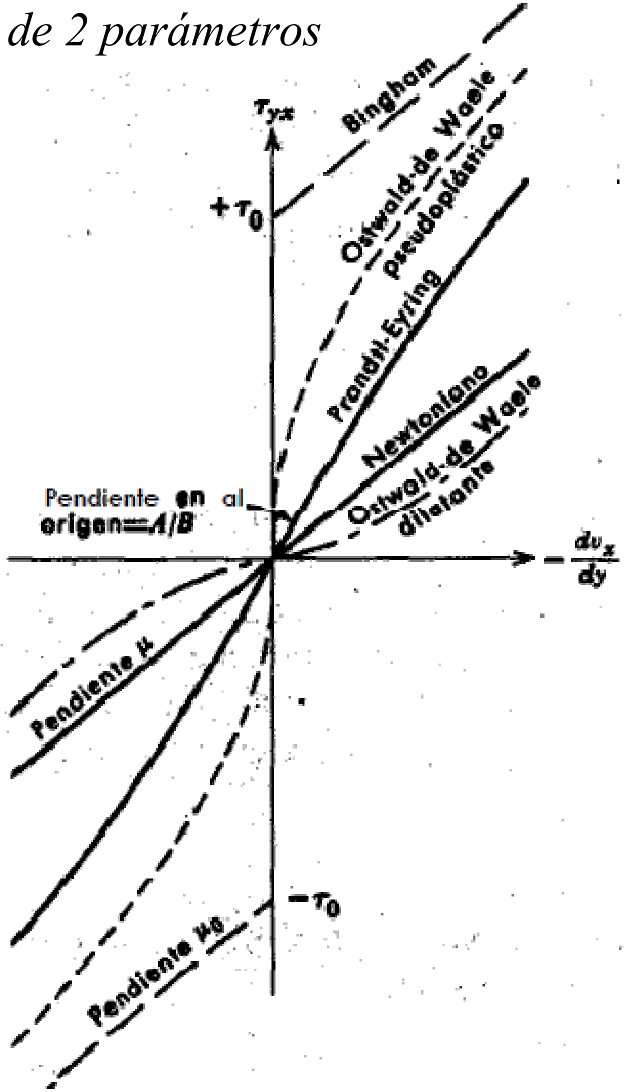
Para estos fluidos la viscosidad es dependiente de la velocidad de corte aplicada y se clasifican dependiendo de su comportamiento, pseudo elásticos, dilatantes, plásticos, etc:

$$\tau \neq -\mu \frac{d\mathrm{v}_x}{dy}$$

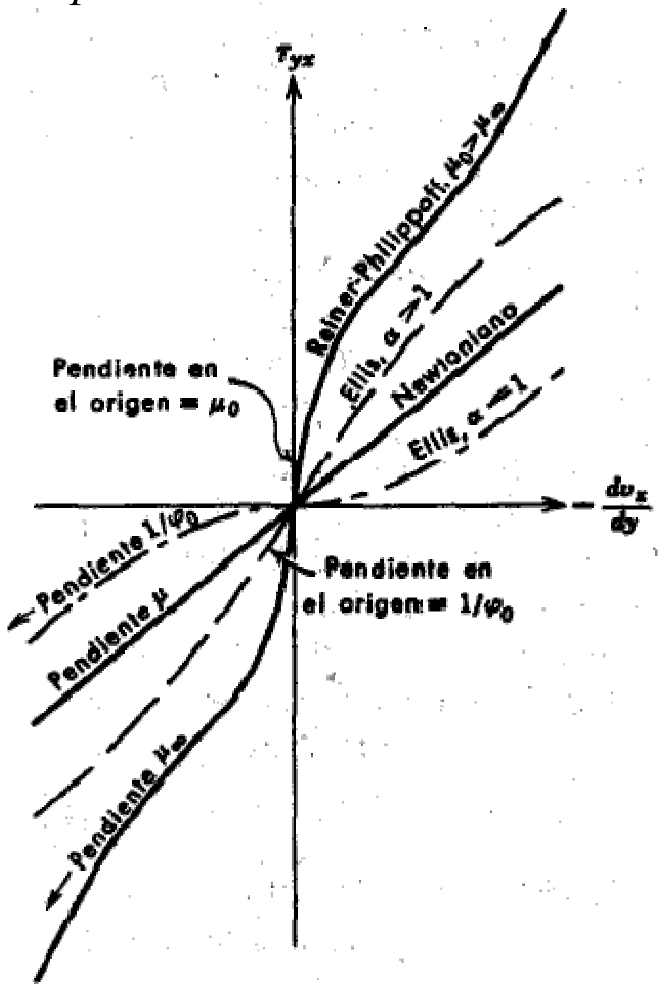




Modelo de 2 parámetros



Modelo de 3 parámetros



Modelos No-Newtonianos en estado estacionario

Viscosidad cinemática

Viscosidad cinemática, ν : propiedad fluidodinámica que relaciona la viscosidad y la densidad de un fluido, generalmente sus unidades se expresan en m^2/s .

$$\nu = \mu / \rho$$

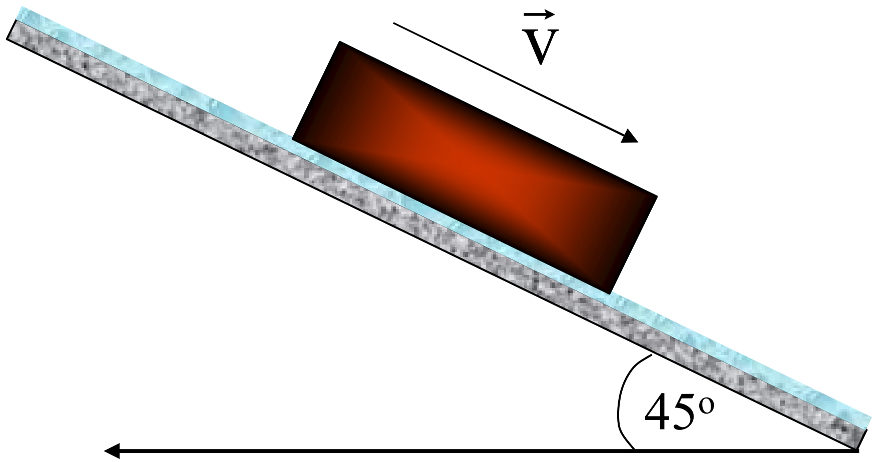
Viscosidad cinemática

Fluido	μ[kg/(m s)]	ρ [kg/m³]	ν[m²/s]
Hidrógeno	8.9×10^{-6}	0.084	1.06×10^{-4}
Aire	1.8×10^{-5}	1.19	1.51×10^{-5}
Gasolina	2.9×10^{-4}	679	4.27×10^{-7}
Agua	1.0×10^{-3}	990	1.01×10^{-6}
Alcohol	1.2×10^{-3}	795	1.51×10^{-6}
Mercurio	1.5×10^{-3}	12900	1.16×10^{-7}
Lubricante	0.26	932	2.79×10^{-4}
Glicerina	1.5	1260	1.19×10^{-3}

Viscosidad cinemática

Ejemplo 1:

Un bloque de 30 kg se desliza a velocidad constante por un plano inclinado sobre una delgada capa de aceite. Calcule la velocidad en estado estacionario.



$\mu = 0{,}26\ Pa{\cdot}s$

$A = 0{,}5\ m^2$

$\delta = 0{,}15\ mm$

Ejemplo 1, Solución:

En estado estacionario, el bloque se mueve con velocidad constante, por lo que la componente en la dirección de desplazamiento de fuerza de gravedad será opuesta al esfuerzo de corte.

$$F = m \cdot g \cdot \sin 45 = A \cdot \tau \quad \Rightarrow \tau = \frac{m \cdot g \cdot \sin 45}{A}$$

El gradiente de velocidad en la capa de aceite puede asumirse como lineal, según la Ley de viscosidad de Newton:

$$F = m \cdot g \cdot \sin 45 = A \cdot \tau$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{m \cdot g \cdot \sin 45}{A} \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{v} = \frac{m \cdot g \cdot \sin 45 \cdot \delta}{\mu \cdot A} = 0{,}24 \ m/s$$

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

De la definición:

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{d\mathrm{v}_x}{dy}$$

Generalidades

τ_{yx} *puede interpretarse como el flujo unitario de momentum-x en la dirección positiva y.*

Para que exista flujo de momentum debe existir un gradiente de velocidad asociado.

El momentum se transfiere desde una región de alta velocidad hacia una de menor velocidad.

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

Hasta ahora, la viscosidad ha sido definida en términos de un flujo de corte simple en estado estacionario, en el cual v_x *es sólo función de y, es decir* v_y *y* v_z *= 0.*

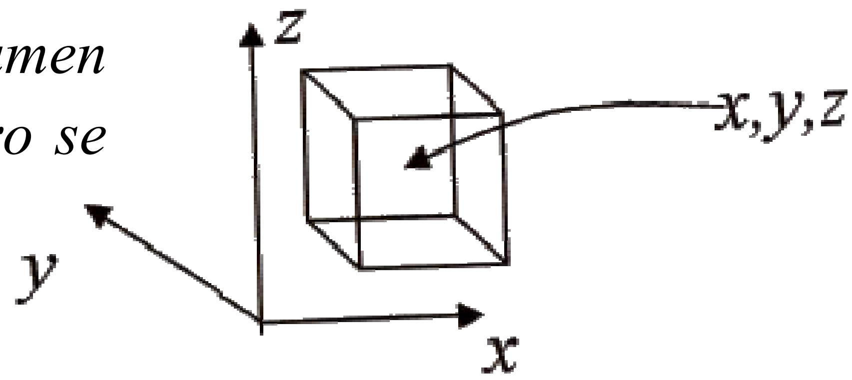
En general nos interesan flujos más complicados en los cuales están presentes las tres componentes de la velocidad y éstas dependen de las tres coordenadas dimensionales e incluso del tiempo.

Debemos dar una definición más general para la ley de viscosidad y que se simplifique a la forma conocida para un flujo de corte simple estacionario.

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

Consideremos un elemento de volumen cúbico de cara unitaria cuyo centro se encuentra en la posición x, y, z.



Generalizando el concepto de flujo, tendremos que la velocidad es función de la posición y del tiempo.

$$v_x = v_x(x, y, z, t)$$

$$v_y = v_y(x, y, z, t)$$

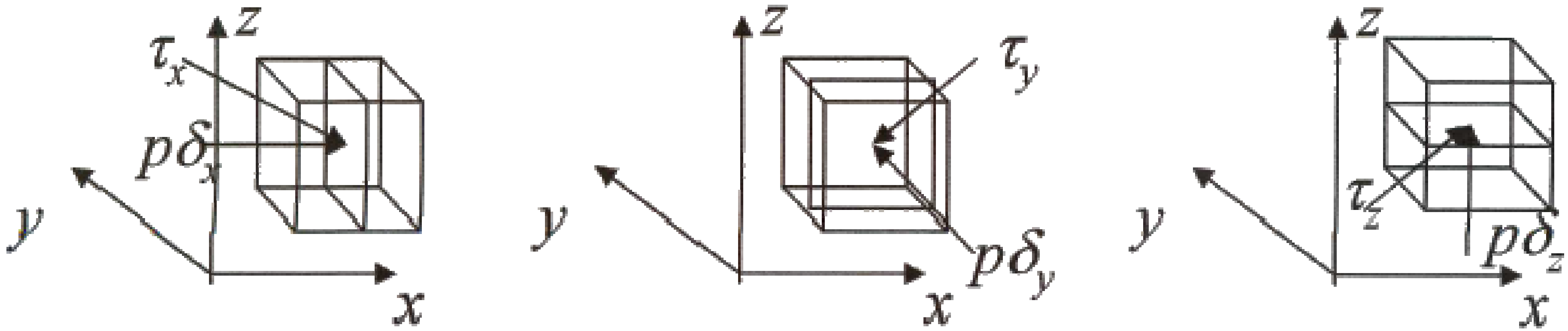
$$v_z = v_z(x, y, z, t)$$

Para el caso, habrán 9 componentes de esfuerzos τ_{ij} que serán definidos.

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

Para realizar el análisis consideremos 3 cortes en el elemento de volumen normales a cada uno de los planos cartesianos.



del balance de fuerzas se desprende que para que exista equilibrio habrán 2 contribuciones de fuerzas por plano normal:

- fuerzas asociadas a la presión

- fuerzas asociada a la viscosidad (fuerzas viscosas).

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

Las fuerzas asociadas a la presión serán siempre perpendiculares a la cara expuesta. En el primer caso, la presión ***p*** *(escalar) multiplicado por el vector unitario $\boldsymbol{\delta_x}$. Estas fuerzas serán ejercidas cuando el fluido se encuentre en reposo o en movimiento.*

Por otra parte las fuerzas viscosas sólo se originan cuando hay gradientes de velocidad. En general no son perpendiculares a la superficie del elemento ni tampoco paralelas a éste..

En el primer caso, vemos que τ_x se ejerce sobre la superficie, esta fuerza es un vector con componentes τ_{xx}, τ_{xy}, τ_{xz}. De la misma forma, τ_y y τ_z son vectores.

Viscosidad de Newton

Definimos la función Π_{ij} como el stress molecular que considera los efectos de la presión y de los esfuerzos viscosos sobre el comportamiento del fluido:

$$\Pi_{ij} = p\delta_{ij} + \tau_{ij}$$

donde:

- ✓ *Los sub-índices i y j pueden ser los ejes x, y ó z.*
- ✓ *Π_{ij} corresponde a la fuerza en la dirección j en un área unitaria perpendicular a la dirección i.*
- ✓ *δ_{ij} se conoce como el delta de Kronecker, el cual vale 1 si $i = j$ y 0 si $i \neq j$.*
- ✓ *Los esfuerzos τ_{xx}, τ_{yy}, τ_{zz} se denominan esfuerzos normales, mientras que τ_{xy}, τ_{yz}, ... son esfuerzos de corte.*

Viscosidad cinemática

Dirección normal a la superficie	*Fuerza vectorial por unidad de área (flujo de momentum)*	*Componente de las fuerzas por unidad de área actuando en la superficie expuesta*		
		Comp. - x	*Comp. - y*	*Comp. - z*
x	$\Pi_x = p\delta_x + \tau_x$	$\Pi_{xx} = p + \tau_{xx}$	$\Pi_{xy} = \tau_{xy}$	$\Pi_{xz} = \tau_{xz}$
y	$\Pi_y = p\delta_y + \tau_y$	$\Pi_{yx} = \tau_{yx}$	$\Pi_{yy} = p + \tau_{yy}$	$\Pi_{yz} = \tau_{yz}$
z	$\Pi_z = p\delta_z + \tau_z$	$\Pi_{zx} = \tau_{zx}$	$\Pi_{zy} = \tau_{zy}$	$\Pi_{zz} = p + \tau_{zz}$

Fuerzas por unidad de área actuando en las superficies expuestas de un volumen de control cúbico, coordenadas cartesianas.

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

La pregunta es:

¿Cómo se relacionan estos esfuerzos con los gradientes de velocidad en el fluido?

- ✓ *Los esfuerzos viscosos deben ser una combinación lineal de todos los gradientes de velocidad.*
- ✓ *No deben aparecer derivadas o integrales de tiempo en las expresiones.*

Viscosidad de Newton

Generalización de la ley de viscosidad de Newton

- ✓ *No debe haber ninguna fuerza viscosa si el fluido está en estado de rotación pura.* τ_{ij} *debe ser una combinación simétrica de los gradientes de velocidad.*

- ✓ *Los coeficiente de viscosidad (coeficientes lineales) deben ser escalares para fluidos isotrópicos.*

$$\tau_{ij} = A\left(\frac{\partial \mathrm{v}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathrm{v}_i}{\partial x_j}\right) + B\left(\frac{\partial \mathrm{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{v}_z}{\partial z}\right) \cdot \delta_{ij}$$