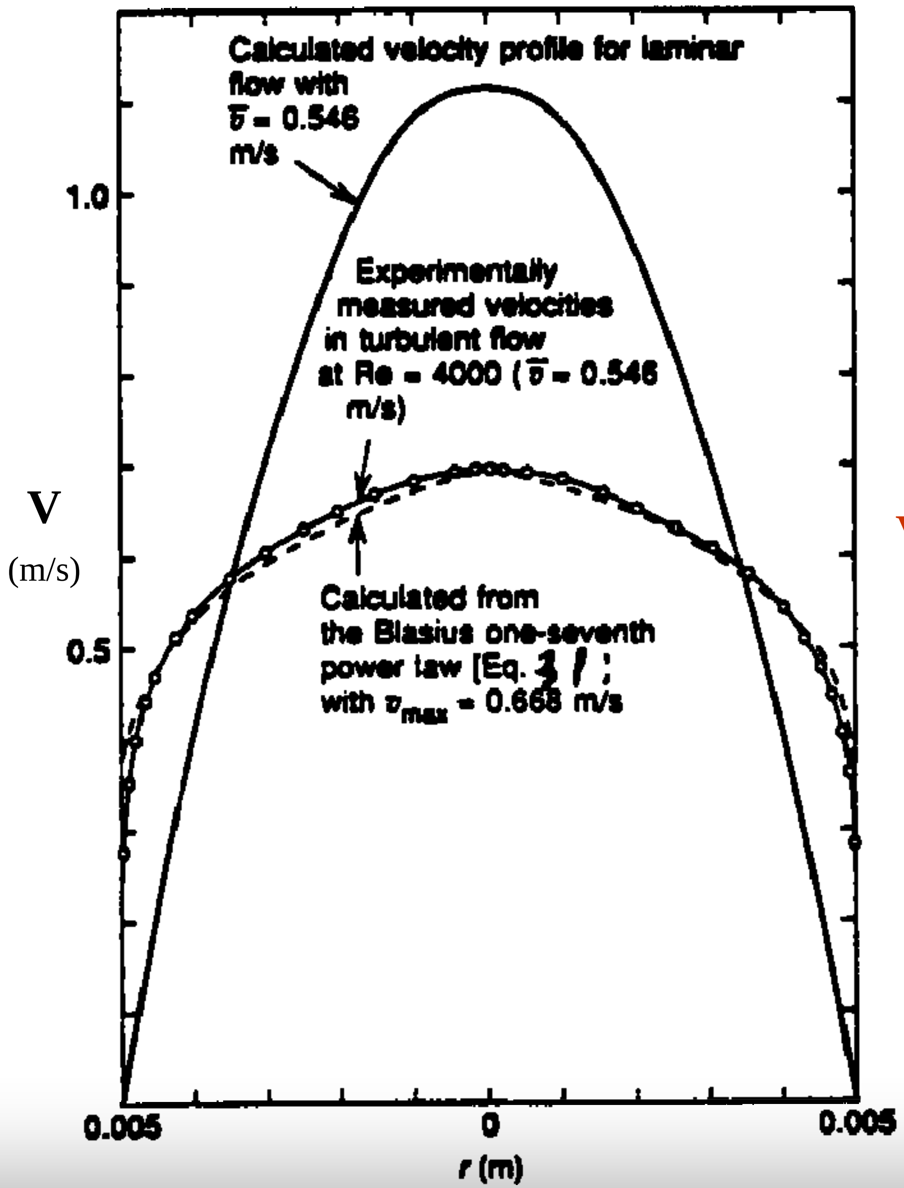
Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FENOMENOS DE TRANSPORTE EN METALURGIA

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM
Clase 03/07

Prof. Dr. Leandro Voisin A.

Flujo turbulento en una cañería



Para flujo turbulento, Re > 4000

La ecuación semi-empírica de Blasius permite calcular el perfil de velocidad:

$$\mathrm{v}(r) = \left(\frac{R-r}{R}\right)^{\frac{1}{7}} \mathrm{v}_{centro} = \left(1-\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{7}} \mathrm{v}_{centro}$$

La velocidad promedio se define:

$$\bar{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{v}_{centro}}{\pi R^2}\int_0^R \left(1-\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{7}} 2\pi r\, dr$$

$$\bar{\mathrm{v}} = 0.817 \cdot \mathrm{v}_{centrc}$$

Factor de fricción en una cañería

Un fluido al fluir experimenta fricción y por ende debe realizar trabajo para que fluya. Las pérdidas por fricción se calculan mediante el factor de fricción, (f).

$$f = \frac{fuerza\ \ fricción}{área\ mojada\ \ \frac{1}{2}\rho v^2} = \frac{fuerza\ \ fricción}{\pi\, D\, L\,(\frac{1}{2}\rho\, v^2\,)}$$

Para sobrepasar la fuerza de fricción sobre una cierta longitud de cañería se aplica una caída de presión ΔP.

$$\Delta P_f = \frac{fuerza\ de\ \ fricción}{\left(\pi\, D^2\right)/4}$$

$$\Delta P_f = \frac{4\, f\, L}{D}\cdot\frac{1}{2}\rho\, v^2$$

Pérdidas por fricción en una cañería

Las pérdidas por fricción (E_f) por unidad de masa se definen como la caída de presión dividido por la densidad del fluido

$$E_f\left(\frac{J}{kg}\right) = \frac{\Delta P_f}{\rho} = \frac{4\,f\,L\,\mathrm{v}^2}{2\,D}$$

Para flujo laminar la caída de presión en una cañería está dada por la ecuación:

$$\Delta P_f = \frac{32\,\mu L\,\overline{\mathrm{v}}}{D^2}$$

ó bien expresada en términos del factor de fricción:

$$f = \frac{16\,\mu}{\rho D\,\overline{\mathrm{v}}} = \frac{16\,\nu}{D\,\overline{\mathrm{v}}} = \frac{16}{Re}$$

Este factor de fricción es casi independiente de la rugosidad de la cañería para flujos laminares.

f, para flujo turbulento en una cañería

Para flujo turbulento el factor de fricción depende del número de Re y de la rugosidad de la cañería. Para tubos lisos y Re entre 4000 y 10^5 se puede usar la siguiente ecuación empírica:

$$f = 0.0791 \cdot Re^{-\frac{1}{4}}$$

Para tubos lisos y Re > $3.4 \cdot 10^6$ se puede usar esta otra ecuación:

$$1/\sqrt{f} = \left(\log Re\sqrt{f}\right) + 0.1$$

Cualquier rugosidad de la pared aumenta el factor de fricción e incrementa las pérdidas de presión. En estos casos se debe incorporar la rugosidad de la superficie (ε).

$$f = \left\{-3.6 \cdot \log\left[\left(\frac{\varepsilon}{3.7D}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re}\right]\right\}^{-2}$$

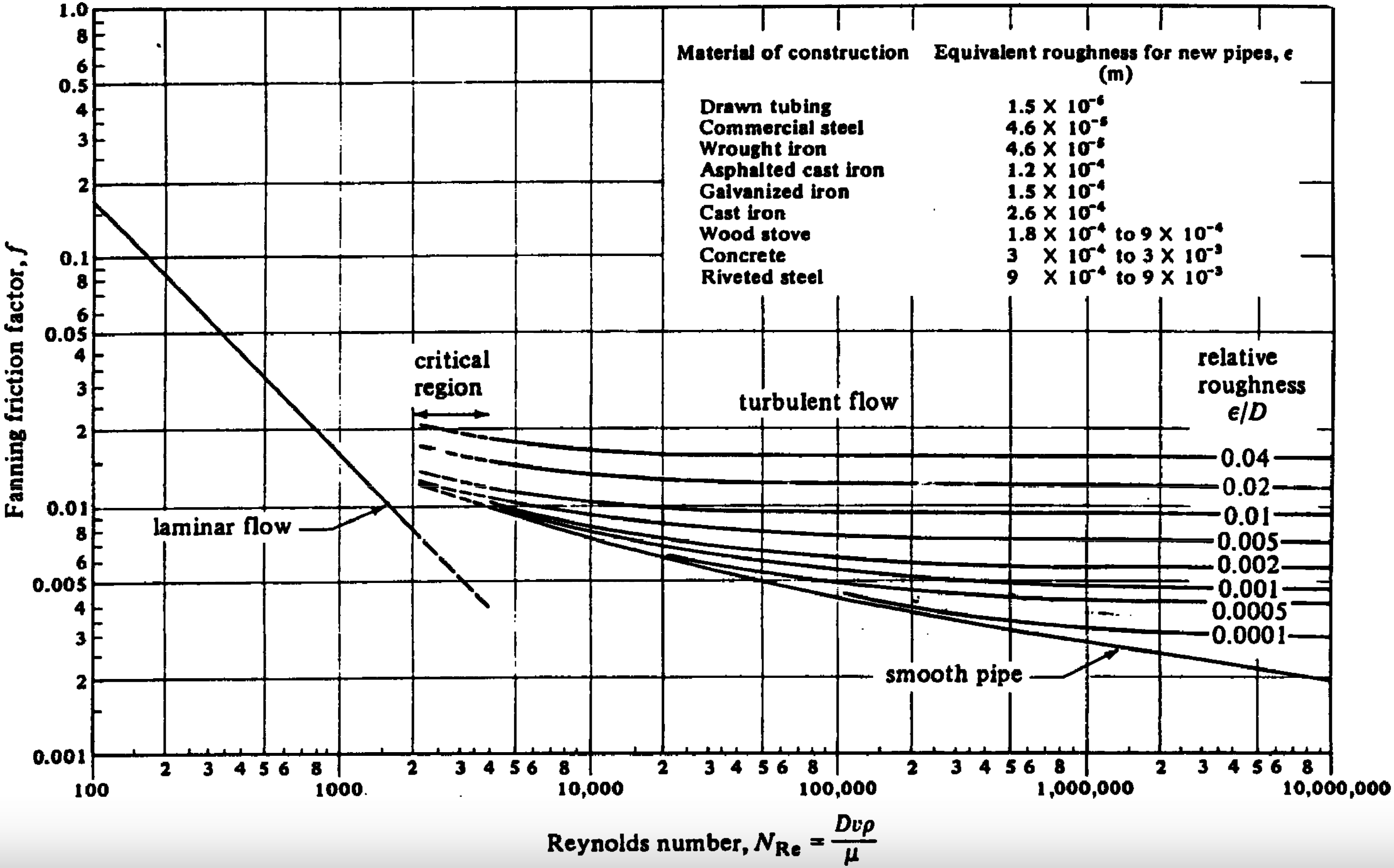
f, para flujo turbulento en una cañería

Rugosidad típica de varios materiales en tubos y cañerías. La más empleada es aquella del acero comercial, $\varepsilon = 4.6 \cdot 10^{-5}$ m.

Material	**Rugosidad (ε), mm**
Tubos pulidos	*0.0015*
Acero comercial	*0.046*
Hierro galvanizado	*0.15*
Hierro fundido	*0.26*
Concreto	*0.3 - 3*

Un herramienta útil en el diseño de sistemas de cañerías (piping-system) es el diagrama log-log de Moody, en el cual se considera el factor de fricción, f, v/s el número de Reynolds, Re, para distintas razones de ε/D.

Diseño de cañerías, gráfico de Moody



Generalidades

- ✓ *El factor de fricción f descrito en el gráfico de Moody corresponde la factor denominado de Fanning.*

- ✓ *En algunos textos (antiguos) se utiliza un factor de fricción 4 veces moyor que los utilizados en textos actuales, por lo que se debe tener cuidado cuando se usan datos al respecto.*

- ✓ *En régimen turbulento las líneas más bajas del gráfico representan el factor de fricción para tubos y cañerías hechas de vidrio, cobre ó bronce pulidos.*

Ejemplo 6:

Un líquido fluye por una cañería horizontal recta de acero comercial a 5,5 m/s. El diámetro interior de la cañería es de 5,3 cm. La viscosidad del líquido es $4.5 \cdot 10^{-3}$ Pa·s y la densidad es de 820 kg/m^3. Calcular:

a) La caída de presión
b) Las pérdidas por fricción en una sección de 50 m de cañería.

Ejemplo 6, Solución:

- El primer paso es determinar si el flujo es laminar ó turbulento.

- Regimen turbulento. Para una cañería comercial $\varepsilon = 4.6 \cdot 10^{-5}$ m.

- Del gráfico de Moody, el factor de fricción f es 0,006.

Ejemplo 6, Solución:

$$Re = \frac{D\rho v}{\mu} = \frac{0.053 \cdot 820 \cdot 5.5}{4.5 \cdot 10^{-3}} = 53100$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{4.6 \cdot 10^{-5}}{0.053} = 0.00087$$

$$\Delta P_f = \frac{4\,fL}{D} \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{4 \cdot 0.006 \cdot 50}{0.053} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 820 \cdot 5.5^2 \right) = 280 \quad kPa$$

$$E_f = \frac{\Delta P_f}{\rho} = \frac{280 \;\; kPa}{820 \;\; \frac{kg}{m^3}} = 340 \;\; \frac{J}{kg}$$

Balance de energía en un flujo de fluido

- ✓ *La distribución de velocidad de un fluido en moviemiento a través de una cañería puede determinarse mediante la aplicación de un balance de energía del sistema.*
- ✓ *El balance de energía debe considerar componentes internas, cinéticas y potenciales. Adicionalmente el fluido en movimiento realiza un trabajo sobre el sistema intentando comprimirlo si es interno ó de expandirlo hacia el ambiente si es un sistema abierto.*
- ✓ *La cantidad de trabajo "flujo de trabajo ó presión-volumen de trabajo" es equivalente a la tasa de presión de flujo volumétrico.*

Balance de energía en un flujo de fluido

- ✓ *Al hacer el balance de energía, dependiendo del caso particular y de la situación, se debe considerar el calor (Q), el trabajo mecánico (Ws) y/ó las pérdidas por fricción. El trabajo mecánico es efectuado por bombas ó algún otro equipo mecánico.*

- ✓ *Cuando un fluido se mueve siempre existen fuerzas de fricción tratando de detenerlo, estas dependen de las características geométricas e intrinsicas del sistema como longitud y diámetro y como rugosidad, presencia de codos, válvulas, diferencias de elevación, variaciones de temperatura ó la presencia de equipos mecánicos.*

Balance de energía en un flujo de fluido turbulento por una cañería

Consideremos un fluido incompresible sin intercambio de calor con el ambiente. Para llevar a cabo el balance de energía para tal flujo se debe considerar :

- ✓ *Cambio de la energía cinética del fluido en el sistema.*
- ✓ *Cambio de la energía potencial debido a los cambios de elevación presentes en el sistema.*
- ✓ *Pérdidas por fricción características de la geometría y de las propiedades intrinsicas de cada segmento del sistema.*
- ✓ *Trabajo hecho sobre el fluido por equipos mecánicos.*
- ✓ *Cambios de presión entre la entrada y la salida del sistema.*

La tasa de energía cinética que entra por una sección de cañería, considerando la velocidad promedio como aquella valida en cualquier parte de dicha sección está dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} m \left(\bar{\mathrm{v}}\right)^2$$

Consideremos un fluido másico, m (kg/s) que entra a una sección de cañería localizada en 1 a una velocidad v_1 *y que en un trayecto dado experimentando pérdidas por fricción (* ΣE_f *) y cambios de elevación de* z_1 *a* z_2 *tal que en una posición 2 deja la sección de cañería a una velocidad* v_2 *. El trabajo requerido para que exista dicho flujo másico estará dado por:*

$$W_s = Q \cdot \left(P_2 - P_1\right) + \frac{1}{2} m \cdot \left(\bar{\mathrm{v}}_2^2 - \bar{\mathrm{v}}_1^2\right) + gm \cdot \left(z_2 - z_1\right) + m \cdot \sum E_f$$

Balance de energía en un flujo de fluido turbulento por una cañería

$$W_s = Q \cdot (P_2 - P_1) + \frac{1}{2} m \cdot \left(\overline{v}_2^2 - \overline{v}_1^2 \right) + gm \cdot (z_2 - z_1) + m \cdot \sum E_f$$

donde:

Q : *flujo volumétrico, m/ρ.*

$P_2 - P_1$: *diferencia de presión del fluido (entre la entrada y salida del tramo de cañería).*

$z_2 - z_1$: *diferencia de elevación del sistema.*

Ws : *potencia agregada al fluido, Watts, Hp, Btu/h, etc.*

m : *flujo másico del fluido, kg/s, lb/min, etc.*

$$\frac{W_s}{m} = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \left(\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2 \right) + g \cdot (z_2 - z_1) + \sum E_f$$

Considerando: $$E_f = \frac{4\, f\, L\, v^2}{2\, D}$$

$$\Rightarrow \frac{W_s}{m} = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \left(\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2 \right) + g \cdot (z_2 - z_1) + \sum \frac{4\, fLv^2}{2D}$$

Sin energía mecánica externa (W_s = 0) y fricción despreciable (E_f = 0), esta ecuación se denomina:

ECUACIÓN DE BERNOULLI

$$\frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \left(\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2 \right) + g \cdot (z_2 - z_1) = 0$$

Ejemplo 7:

Calcular la potencia requerida para bombear 6 kg/s de agua a través de una cañería lisa de 0,1 m de diámetro desde un estanque a otro localizado a 150 m sobre el primero.

Ignorar las pérdidas por fricción.

Considere $\rho_{agua} = 1000\ kg/m^3$.

Balance de energía en un flujo de fluido turbulento por una cañería

Ejemplo 7, Solución:

En este caso el agua en el estanque inicial tiene una velocidad cero (energía cinética nula) y es bombeada al otro estanque ubicado 150 m arriba en contra de la gravedad. El agua dejará la cañería a una cierta velocidad y por lo tanto tendrá asociada una energía cinética. La velocidad promedio del agua en la cañería es de v *= 0,76 m/s. Insertando este dato en la ecuación de Bernoulli se obtiene:*

$$\frac{W_s}{m} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{\mathrm{v}}_2^2 - \overline{0}_1^2 \right) + g \cdot (z_2 - z_1)$$

$$W_s = \frac{1}{2} \cdot m\mathrm{v}^2 + 150mg = 8.8kW = 12Hp$$

Ejemplo 8:

Se tiene agua a 20°C fluyendo a través de una cañería de hierro de 100 ft de longitud y 4 pulg de diámetro interno.

La velocidad promedio del agua es de 6 ft/s y el punto de salida es 3 ft más alto que el punto de entrada.

a) *¿Cuál es la caída de presión a través de la cañería?*

b) *¿Cuál sería la potencia requerida para causar el moviemiento del fluido en el tramo de cañería?*

$$\frac{W_s}{m} = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + \frac{1}{2}\cdot\left(\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2\right) + g\cdot(z_2 - z_1) + \sum \frac{4\, fLv^2}{2D}$$

Ejemplo 8, Solución:

El agua fluye a través de una línea recta de cañería sin obstáculos, válvulas ó bombas. No hay energía mecánica dentro de la sección que se está analizando ($W_s = 0$).

Las pérdidas de fricción son sólo debido al flujo de agua en el tramo de cañería recto. No hay cambios de energía cinética puesto que el diámetro de la cañería es constante entre la entrada y la salida.

$$\Delta P_f = \frac{4fL}{D} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$\frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{4fLv^2}{2D} = 0$$

Balance de energía en un flujo de fluido turbulento por una cañería

Parámetro	***Valor***	***British***	***Valor***	***Métrico***
Diámetro interior (D)	*4*	*Pulg*	*0,1016*	*m*
Longitud cañería (L)	*100*	*feet*	*30,48*	*m*
Velocidad promedio (v^2)	*6*	*ft/s*	*1,83*	*m/s*
Flujo volumétrico	*0,523*	*ft^3/s*	*0,0148*	*m^3/s*
Rugosidad (ε)	*0,0018*	*Pulg*	*0,046*	*mm*
Rugosidad relativa (ε / D)	*$4,5*10^{-4}$*		*$4,5*10^{-4}$*	
Densidad (ρ)	*62,3*	*lb/ft^3*	*998*	*kg/m^3*
Viscosidad (μ)	*0,00067*	*lb/ft*s*	*0,001*	*Pa*s*
Número Reynolds (Re)	*185.000*		*185.000*	
Factor fricción (f)	*0,0042*		*0,0042*	
Flujo másico (m)	*32,6*	*lb/s*	*14,79*	*kg/s*
Elevación ($z_2 - z_1$)	*3*	*feet*	*0,9144*	*m*
Energía potencial g($z_2 - z_1$)	*96,4*	*ft^2/s^2*	*8,96*	*m^2/s^2*
Pérdidas fricción (ΣE_f)	*90,7*	*ft^2/s^2*	*8,43*	*m^2/s^2*
Pérdidas presión (ΔP)	*2,52*	*psi*	*17.400*	*N/m^2*
Requerimientos de potencia	*0,253 – 0,345*	*Btu/s - hp*	*257*	*W*