

## Auxiliar Preparación examen

**Auxiliares:** Waldo Gálvez, Italo Riarte  
11 de Agosto de 2011

**P1)** Se define la sucesión  $P_n$  por la recurrencia:

$$P_0 > 0 \quad P_{n+1} = \frac{1}{2} \left( \frac{aP_n^2 + b}{aP_n} \right), \text{ con } a, b > 0$$

- i) Pruebe que  $u + u^{-1} \geq 2$  para  $u > 0$
- ii) Demuestre que  $P_n$  es acotado inferiormente por  $\sqrt{a^{-1}b}$
- iii) Demuestre que  $P_n$  es convergente
- iv) Calcule  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

**P2)** Sea  $v_n = \frac{(2n)!}{e^{2n}(n!)^2}(\pi\varphi - e)^{2n}$ . Calcule  $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{v_{n+1}}{v_n}$ . Determine los valores de  $\varphi$  para los cuales  $L < 1$

**P3)** Considere la función  $f(x) = e^{\frac{1}{x}} \frac{(1-x)^2}{x-2}$ :

- a) Determine dominio, ceros y signos.
- b) Determine asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de existir.
- c) Calcule  $f'(x)$ .

**P4)** Calcule, si es que existen, los siguientes límites:

- i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos(x)\right)}{\sin^2(x)}$ .
- ii)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - h)}{h}$ , con  $f$  diferenciable en  $x_0$ .
- iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x)}{x}$ .