MA2601-2 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Semestre 2011-01
Profesor: Julio López.
Auxiliares: Francisco Bravo, Sebastián Reyes Riffo.

Clase auxiliar 02
25/marzo

P1. Ecuación de Bernoulli: encuentre todas las soluciones de

$$\frac{dy}{dx} - xy + \frac{1}{4}(1+2x^2)y^3 = 0$$

y los intervalos máximos donde están definidas.
Hint: $(x^m e^{x^2})' = (mx^{m-1} + 2x^{m+1})e^{x^2}$

P2. Ecuación de Ricatti: sean y_1, y_2 dos soluciones distintas de

$$y' + p(x)y^2 + q(x)y + r(x) = 0$$

con $p(x),\ q(x),\ r(x)$ funciones continuas dadas.

Demuestre que toda otra solución y satisface

$$\frac{y-y_1}{y-y_2} = C\exp\left(\int p(x)(y_2-y_1)dx\right) \quad C \in \mathbb{R}$$

P3. Modelamiento: un líquido contaminado es vaciado a un contenedor de volumen fijo V a una tasa de a (lt/seg). La concentración del contaminante es una constante q (gr/lt). Denote por $y(t)$ la masa total de contaminante en el tanque, en el tiempo t. Suponga que ciertas reacciones químicas que ocurren en el tanque neutralizan el contaminante, el cual decrece a una tasa de $by(t)$. El fluido tratado sale del contenedor a una tasa de a (lt/seg). Suponga que $V,\ q,\ a,\ b > 0$ son constantes y que la solución siempre está perfectamente mezclada.

(a) Encuentre una ecuación diferencial para $y(t)$.
(b) Resuelva la ecuación suponiendo que $y(0) = y_0 \geq 0$.
(c) Calcule $\lim\limits_{n\to\infty} y(t)$, donde $y(t)$ es la solución encontrada en la parte anterior.

P4. Reducción: se tiene una partícula en un medio viscoso que se deja caer desde una altura H (inicialmente se encuentra en reposo). Aplicando la segunda ley de Newton, se tiene que la EDO que rige el movimiento de dicha partícula es

$$-kv - mg = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

donde $F = -kv$ es la fuerza de roce viscoso, y v es la velocidad de la partícula. Encuentre la velocidad y posición de la partícula en el tiempo.