

## CONTROL II MA 26A, 2006/1

Prof. M. del Pino; Profs. Auxs. A. Contreras, C. Muñoz

Tiempo: 3 hrs.

- (1) (a) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = e^x \sec x, \quad x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[.$$

- (b) Encuentre, mediante el método de *coeficientes indeterminados*, la solución general de la ecuación

$$y''' + 4y' = e^x \cos 2x.$$

- (2) (a) Encuentre, mediante el método de Frobenius, una solución en serie de potencias en torno a 0 con coeficientes explícitos, de la ecuación diferencial

$$xy'' + 3y' - y = 0, \quad x > 0.$$

- (b) Encuentre la solución del problema de condiciones iniciales

$$y'' + xy' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$

en la forma de una serie de potencias en torno a 0, con coeficientes explícitos.

- (3) Considere el problema no-lineal de condiciones de borde

$$\begin{cases} y'' + \lambda p(x)e^y = 0, & x \in (0, 1), \\ y(0) = y(1) = 0, \end{cases}$$

con  $p$  continua, que satisface  $p(x) \geq 1 \quad \forall x \in [0, 1]$ , y  $\lambda > 0$ . Demuestre que si  $\lambda > \pi^2$  entonces este problema *no tiene solución*.

*Indicación:* Multiplique la ecuación por  $\sin(\pi x)$  e integre por partes. Recuerde que  $e^t \geq t \quad \forall t \in \mathbb{R}$ .