CONTROL 1 Ma26a-1, 2005/1, Prof. Manuel del Pino
Auxs.: W. Arriagada, C. Muñoz
Tiempo: 2.5 hrs.

(1) (a) Encuentre la solución del problema de condición inicial

$$y' + 5xy = \frac{1}{x}\, y \ln y, \quad y(1) = 1.$$

(b) Encuentre una expresión implícita para la solución general de la ecuación diferencial

$$(3x^2 + 6xy + \frac{1}{2}y^2) + (3x^2 + y)\, y' = 0.$$

(2) (a) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$y'' - \frac{2x}{1+x^2}\, y' + \frac{2}{1+x^2}\, y = 0.$$

(b) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$y'' - \frac{4}{x}\, y' + \frac{4}{x^2}\, y = x^2 + 1, \quad x \in]0, +\infty[.$$

(3) (a) Considere el problema no lineal de condiciones iniciales

$$y'' + p(x)\, y^3 = 0 \quad x \in]a, b[\ ,$$
$$y(x_0) = \alpha, \quad y'(x_0) = \beta,$$

donde p es una función continua en el intervalo $]a, b[$, $x_0 \in]a, b[$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Demuestre que este problema posee *a lo más* una solución.

(b) Considere la ecuación diferencial

$$y'' + p(x)\, y' + q(x)y = 0 = 0 \quad x \in]a, b[\ ,$$

con p, q continuas en $]a, b[$. Suponga que y_1 e y_2 son dos soluciones no nulas de esta ecuación tales que para cierto $x_0 \in]a, b[$ se tiene $y_1(x_0) = 0 = y_2(x_0)$. Muestre que existe una constante $A \in \mathbb{R}$ tal que $y_1(x) = Ay_2(x)$ para todo $x \in]a, b[$.