

# CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos

## Auxiliar 10

Prof. Gonzalo Navarro; Aux. Mauricio Quezada

5 de Enero de 2012 :(

### 1 Ecuaciones binarias

Suponga que tiene un conjunto de  $n$  variables binarias  $x_1, \dots, x_n$  y un conjunto de  $k$  ecuaciones, donde la ecuación  $r$ -ésima es de la forma

$$(x_i + x_j) \bmod 2 = b_r$$

Para dos variables distintas  $x_i, x_j$  y algún valor  $b_r$ . Considere el problema de encontrar una asignación de valores que maximice el número de ecuaciones que se cumplen.

1. Sea  $c^*$  el máximo número de ecuaciones que se cumplen dada una asignación de valores a las variables. Diseñe un algoritmo que produzca una asignación que satisfaga al menos a la mitad de las ecuaciones.
2. Ahora considere el mismo problema pero para una cantidad arbitraria de variables por ecuación.

### 2 Vertex Cover

Un *Vertex Cover* de un grafo no dirigido  $G = (V, E)$  es un subconjunto  $V' \subseteq V$  tal que si  $(u, v)$  es una arista de  $G$ , entonces  $u \in V'$ , o  $v \in V'$  (o ambos). El tamaño del Vertex Cover es la cantidad de vértices en él. El *Problema del Vertex Cover en  $G$*  es el de encontrar un Vertex Cover de tamaño mínimo de  $G$ .

Muestre que, dado  $G = (V, E)$ , el algoritmo de escoger una arista  $(u, v)$  arbitraria de  $E$  (y agregarla al Vertex Cover) y remover todas las aristas adyacentes a  $u$  y  $v$ , hasta recorrer todo el conjunto de aristas, es 2-aproximado.

### 3 Vendedor viajero

Sea  $G = (V, E)$  un grafo completo no dirigido, y  $c$  una función de costos sobre  $E$  tal que  $(V, c)$  define un *espacio métrico* (recuerde de la definición de  $k$ -servers). Muestre un algoritmo 2-aproximado para el problema del vendedor viajero sobre  $G$  con costos dados por  $c$ .