

Auxiliar N° 7: Geotecnia - Primavera 2011

Flujo en una dimensión.

Recordamos que:

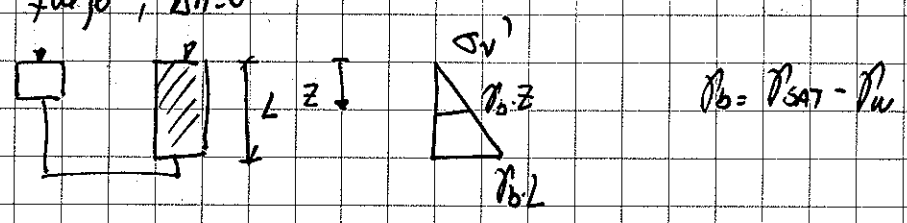
Carga Hidráulica: $H_{total} = h_c + h_p + h_r \Rightarrow H_{total} = h_c + h_p$

Ley de Darcy: $Q = k \cdot i \cdot A = k \cdot \frac{\Delta H}{L} \cdot A \Rightarrow V_{DARCY} = k \cdot i = k \cdot \frac{\Delta H}{L}$

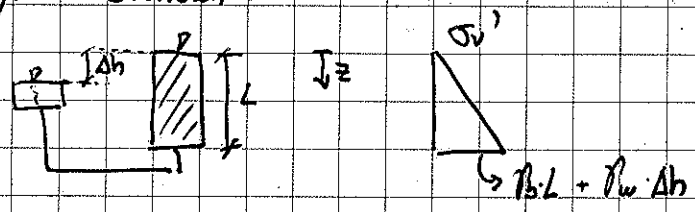
- donde:
- Q: Caudal que atraviesa el medio poroso (cm³/s)
 - i: gradiente hidráulico
 - k: coeficiente de permeabilidad (cm/s)
 - ΔH: altura de carga total que genera recorrer "L" (H_{total})
 - L: longitud por la que viaja el fluido en el medio poroso.
 - A: Área transversal del medio analizado.

Tipos de flujo:

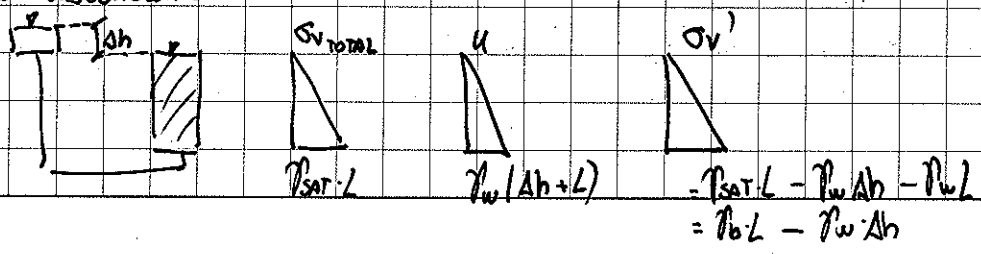
a) Sin flujo, Δh=0



b) Flujo descendente



c) Flujo ascendente



la tensión efectiva σ_v' en un flujo ascendente puede llegar a ser cero, solo basta aumentar Δh .

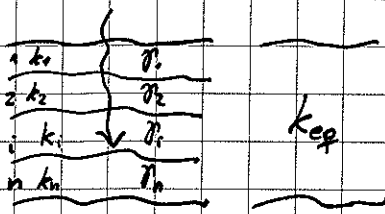
$$\Rightarrow \sigma_v' = 0 \quad \text{caso crítico} \quad \Rightarrow \rho_b \cdot L = \rho_w \cdot \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{\rho_b \cdot L}{\rho_w}$$

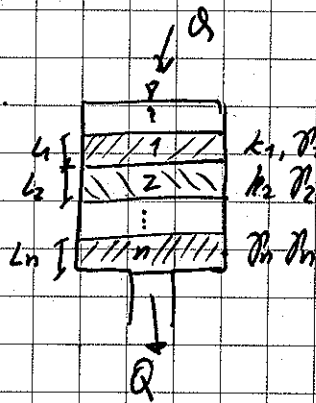
Se define gradiente crítico a $i_c = \frac{\Delta h_c}{L} = \frac{\rho_b}{\rho_w}$ (por ob los casos)
(ebullición)

En flujos ascendentes \rightarrow las tensiones son menores, el suelo resiste menos

Flujo \perp a la estratificación
(Suelos en serie)



En un permeámetro



\rightarrow Se cumple:

- $L = \sum l_i$
- $Q = k \cdot i \cdot A \Rightarrow \frac{Q}{A} = k \cdot i \quad q = \frac{Q}{A}$

① $q = q_i$

El caudal es el mismo para cada suelo. Ahora bien como el área transversal es tb la misma, se da que $q_i = \frac{Q}{A} = q_1 = \dots = q_n$

$$\Rightarrow q_1 = q_2 = \dots = q_n$$

$$\Rightarrow k_1 \frac{\Delta h_1}{L_1} = k_2 \frac{\Delta h_2}{L_2} = \dots = k_n \frac{\Delta h_n}{L_n}$$

con Δh_i , pérdida de carga a través de el suelo.

② Se debe cumplir: $\Delta H_{total} = \sum_{i=1}^n \Delta h_i$

Permeabilidad equivalente k en un flujo en serie, k_{eq} .

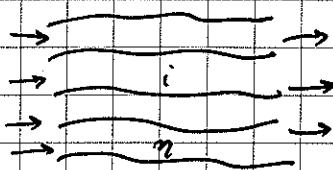
① $Q_i = Q$
 $v_i \cdot A_i = v \cdot A$
 $k_i \frac{\Delta h_i}{L_i} = k_{eq} \frac{\Delta H}{L_T}$

② $\sum \Delta h_i = \Delta H$
 de ① $\sum k_{eq} \cdot \frac{\Delta H \cdot L_i}{L_T k_i} = \Delta H$
 $\Rightarrow \frac{k_{eq}}{L_T} \cdot \sum \frac{L_i}{k_i} = 1$

$\therefore k_{eq} = \frac{\sum L_i}{\sum L_i / k_i}$

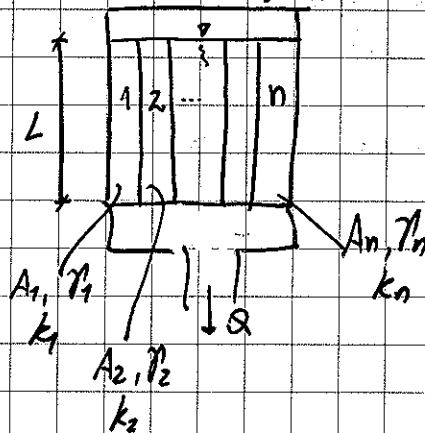
El estrato que controla, es el más impermeable k + pequeño.

Flujo paralelo a la estratificación
 (Suelos en paralelo)



Flujo $\rightarrow k_{eq}$

En un permeámetro:



\rightarrow Se cumple:

$A = \sum_{i=1}^n A_i$

$Q = k \cdot i \cdot A \Rightarrow i = \frac{Q}{A} \cdot \frac{1}{k} \Rightarrow i = \frac{q}{k}$

① $i_1 = i_2 = \dots = i_n$ $\left(i_i = \frac{\Delta h_i}{L_i} = \frac{\Delta H}{L} \right)$

$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \dots = \Delta h_n$

la pérdida de carga en el estrato i , es la misma que la pérdida total.

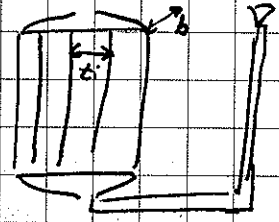
$$\Rightarrow \frac{q_1}{k_1} = \frac{q_2}{k_2} = \dots = \frac{q_n}{k_n}$$

$$\textcircled{2} \quad Q = \sum_{i=1}^n q_i$$

Permeabilidad equivalente en un flujo en paralelo.

$$\begin{aligned} \text{de } \textcircled{2} \quad \sum Q_i &= Q_T \\ \sum v_i \cdot z_i \cdot b &= Q_T \\ \Rightarrow \sum k_i \cdot \frac{\Delta H}{L} \cdot z_i \cdot b &= Q_T \end{aligned}$$

con z_i : ancho de estrato;
 b : ancho permeable



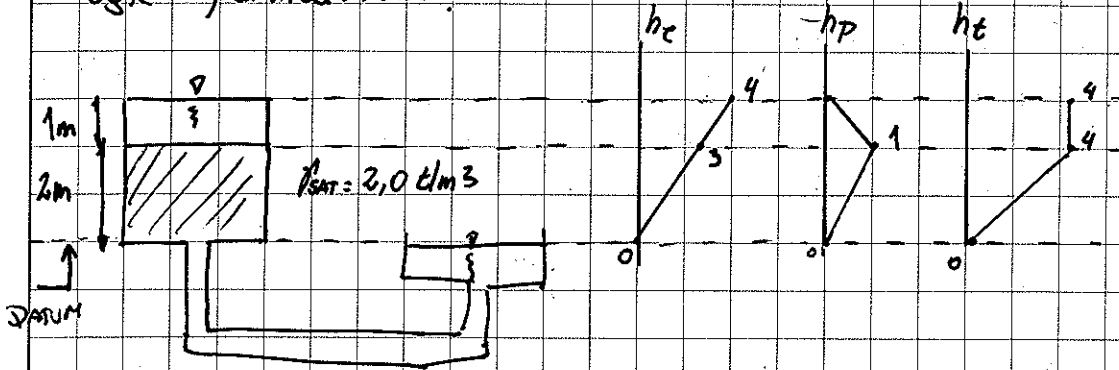
$$\text{Por otro lado} \quad Q_T = k_{eq} \cdot \frac{\Delta H}{L} \cdot \frac{\sum z_i \cdot b}{\sum A_i}$$

$$\Rightarrow \sum k_i \cdot \frac{\Delta H}{L} \cdot z_i \cdot b = k_{eq} \cdot \frac{\Delta H}{L} \cdot \sum z_i \cdot b$$

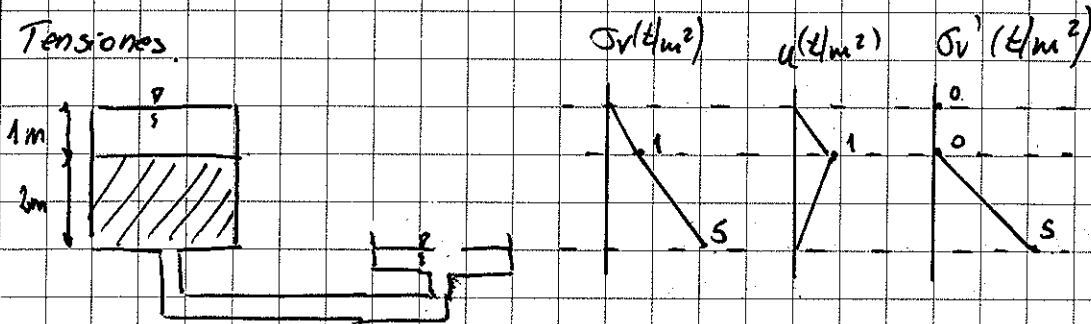
$$\therefore k_{eq} = \frac{\sum k_i \cdot z_i}{\sum z_i}$$

El estrato que controla es el más permeable, k grande

P1) Determine h_e, h_p, h_t además de σ_v, u y σ_v' para el sgte. permeámetro

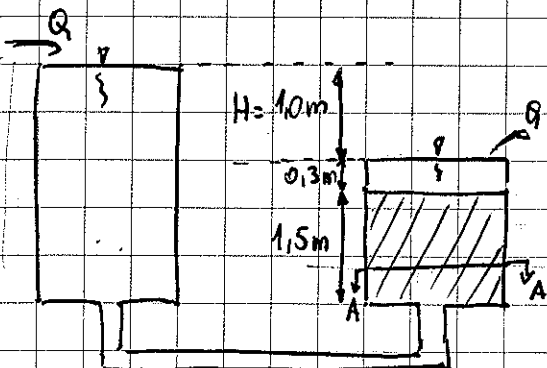


Tensiones



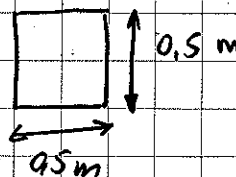
Flujo descendente.

- P2)
- Determine la permeabilidad del suelo ubicado en el permeámetro de la figura, considerando que debe escurrir un caudal de 2 l/min
 - Determine la altura H para que el caudal disminuya a 1,5 l/min
 - Si el largo del estato del suelo disminuye a 1m, determine el caudal que escurre, para las características indicadas en el caso (a).



$$i = \frac{\Delta H}{L} = \frac{1}{1}$$

Corte A-A

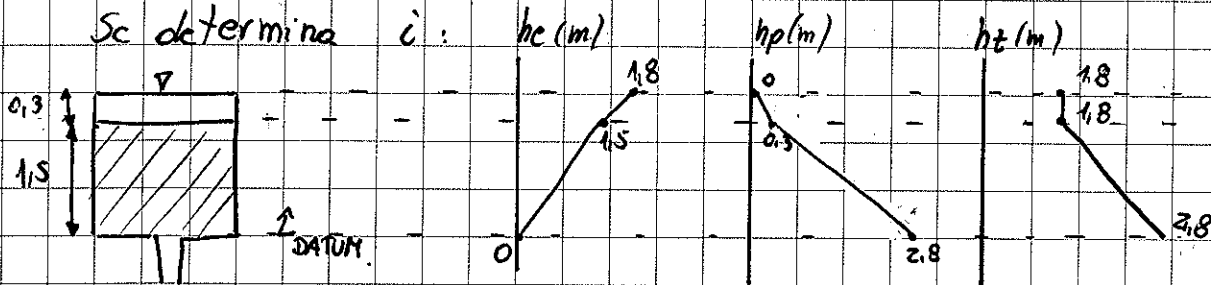


a) $Q = k \cdot i \cdot A$ (flujo ascendente)

$$A = 0,5^2 \text{ m}^2 = 0,25 \text{ m}^2$$

$$Q = 2,0 \text{ Lt/min} = 2,0 \frac{1000 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = \frac{2 \cdot 1000}{60} \frac{\text{m}^3}{1000000} = 0,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Se determina i :



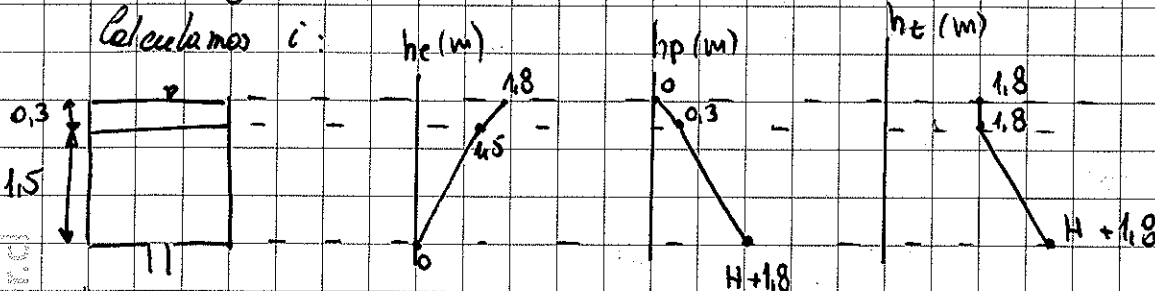
$$i = \frac{\Delta h}{\Delta L} = \frac{2,8 - 1,8}{1,5} = 0,67$$

$$\rightarrow k = \frac{Q}{i \cdot A} = \frac{0,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}}{0,67 \cdot 0,25 \text{ m}^2} = 1,99 \cdot 10^{-4} \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$k = 2 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s}$$

b) $Q = 1,5 \text{ Lt/min} = \frac{1,5 \cdot 1000}{60 \cdot 1000000} = 0,25 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
(flujo ascendente)

Calculamos i :



$$i = \frac{(H + 1,8) - 1,8}{1,5} = \frac{2}{3} H$$

Por otro lado sabemos que $Q = k \cdot i \cdot A \Rightarrow i = \frac{Q}{k \cdot A}$

igualando: $\frac{2H}{3} = \frac{0,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ m}^2} = 0,5$

$$\Rightarrow H = \frac{3 \cdot 0,5}{2} = \underline{0,75 \text{ m}}$$

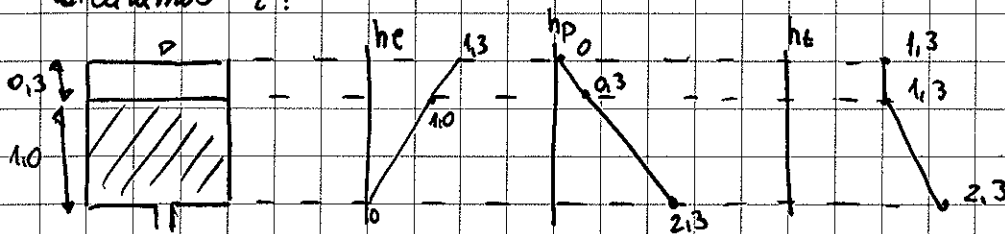
c) El largo del estrato de suelo es 1 m. y $H = 1 \text{ m}$.
Se pide determinar el caudal, Q .

$$Q = k \cdot i \cdot A \quad \text{con} \quad A = 0,25 \text{ m}^2$$

$$k = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

i , por determinar.

Calculamos i :

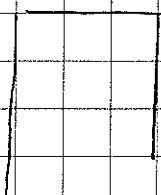


$$\Rightarrow i = \frac{2,3 - 1,3}{1,0} = \frac{1}{1} = 1$$

(flujo ascendente)

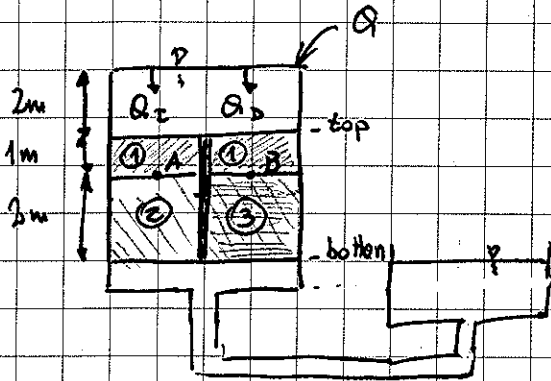
$$\Rightarrow Q = k \cdot i \cdot A = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \cdot 0,25 \text{ m}^2 = \underline{0,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

Notar que por largo de suelo 1 m



P3 Se tiene el permeámetro de la figura. Existe una pantalla impermeable que separa el área total en partes iguales de 1 m^2 de q_u .

- a) Determinar el caudal en Lt/h que pasa por el permeámetro.
 b) Tensiones totales, neutras y efectivas en los ptos. A y B.



Datos

$$k_1 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$k_2 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm/s}$$

$$k_3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm/s}$$

$$\gamma_{\text{SAT}} = 2.0 \text{ t/m}^3$$

a) Se cumple:

$$\textcircled{1} Q = Q_I + Q_D$$

$$\textcircled{2} Q_I \Rightarrow q_{1I} = q_2$$

$$\textcircled{3} Q_D \Rightarrow q_{1D} = q_3$$

$$\textcircled{4} \Delta h_{1I} + \Delta h_2 = \Delta H \quad (\text{A la izquierda})$$

$$\textcircled{5} \Delta h_{1D} + \Delta h_3 = \Delta H \quad (\text{A la derecha})$$

De $\textcircled{2}$
$$k_1 \cdot \frac{\Delta h_{1I}}{L_1} = k_2 \cdot \frac{\Delta h_2}{L_2}$$

$$1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s} \cdot \frac{\Delta h_{1I}}{100 \text{ cm}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm/s} \cdot \frac{\Delta h_2}{200 \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta h_2 = 20 h_{1I}}$$

De ③ $k_1 \cdot \frac{\Delta h_{1D}}{L_1} = k_3 \cdot \frac{\Delta h_3}{L_3}$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s} \cdot \frac{\Delta h_{1D}}{100 \text{ cm}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm/s} \cdot \frac{\Delta h_3}{200}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta h_3 = 4 \Delta h_{1D}}$$

Por otro lado, sabemos que la pérdida total de carga es:

$$\begin{aligned} \Delta H &= H_{\text{top}} - H_{\text{bottom}} = (H_{e_{\text{top}}} + H_{p_{\text{top}}}) - (H_{e_{\text{bottom}}} + H_{p_{\text{bottom}}}) \\ &= 3 + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

De ④

$$\Delta h_{1I} + \Delta h_2 = 5 \Rightarrow \Delta h_{1I} + 20 \Delta h_{1I} = 5$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta h_{1I} &= 0,238 \text{ m} \\ \wedge \Delta h_2 &= 4,762 \text{ m} \end{aligned}$$

De ⑤ $\Delta h_{1D} + \Delta h_3 = 5 \Rightarrow \Delta h_{1D} + 4 \Delta h_{1D} = 5$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta h_{1D} &= 1,0 \text{ m} \\ \wedge \Delta h_3 &= 4,0 \text{ m} \end{aligned}$$

Ahora podemos calcular el caudal.

$$Q_I = k_1 \cdot \frac{\Delta h_{1I}}{L_1} \cdot A = 1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s} \cdot \frac{238 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} \cdot (100 \text{ cm})^2 = 0,238 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_D = k_1 \cdot \frac{\Delta h_{1D}}{L_1} \cdot A = 1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} \cdot (100 \text{ cm})^2 = 1 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow Q = Q_I + Q_D = 1,238 \frac{\text{L}}{1000} \frac{3600}{\text{hr}} = 4,46 \text{ L/hr}$$

b) Sabemos la parábola total, altura de elevación de punto.

$$\textcircled{A} \quad \begin{aligned} H_{\text{total A}} &= 5 \text{ m} - 0,238 \text{ m} = 4,762 \text{ m} \\ H_{eA} &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow H_{pA} = 2,762 \text{ m} \quad \sigma \quad \underline{U_A = 2,762 \text{ t/m}^2}$$

$$\textcircled{B} \quad \begin{aligned} H_{\text{total B}} &= 5 \text{ m} - 1 \text{ m} = 4 \text{ m} \\ H_{eB} &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow H_{pB} = 2 \text{ m} \quad \sigma \quad \underline{U_B = 2 \text{ t/m}^2}$$

Finalmente las tensiones:

$$\Rightarrow \sigma_{\text{TOTAL A}} = \sigma_{\text{TOTAL B}} = \gamma_{\text{SAT}} \cdot z + \gamma_w \cdot z = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 4 \text{ t/m}^2$$

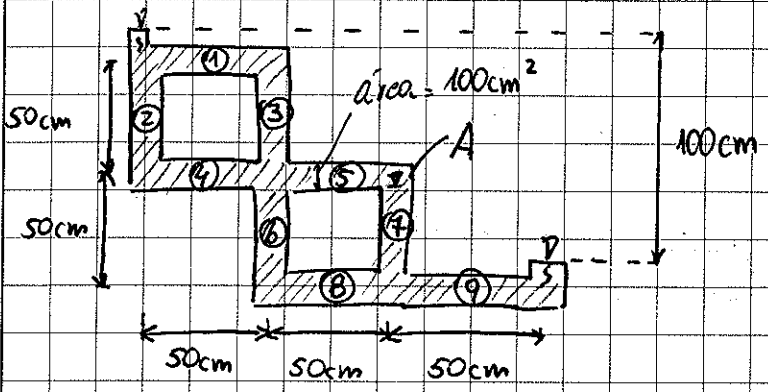
$$\therefore \sigma'_A = 4 - 2,762 = 1,238 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_B = 4 - 2 = 2 \text{ t/m}^2$$



P4 / C2 - 2001

Para el permeámetro y configuración que se indica, se ha determinado un caudal filtrante de $Q = 0,015 \text{ cm}^3/\text{s}$. Determinar la presión de poros en el pto A.



- $k_1 = 10^{-2} \text{ cm/s}$
- $k_2 = 10^{-4} \text{ "}$
- $k_3 = 10^{-4} \text{ "}$
- $k_4 = 10^{-3} \text{ "}$
- $k_5 = 10^{-3} \text{ cm/s}$
- $k_6 = 10^{-1} \text{ "}$
- $k_7 = 10^{-7} \text{ "}$
- $k_8 = 10^{-3} \text{ "}$

Sol)

① y ③ flujo en serie

$$k_{eq\ 1,3} = \frac{l_1 + l_3}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_3}{k_3}} = \frac{50 + 50}{\frac{50}{10^{-2}} + \frac{50}{10^{-4}}} = 1,98 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$

② y ④ flujo en serie

$$k_{eq\ 2,4} = \frac{l_2 + l_4}{\frac{l_2}{k_2} + \frac{l_4}{k_4}} = \frac{50 + 50}{\frac{50}{10^{-4}} + \frac{50}{10^{-3}}} = 1,818 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$

Por otro lado se tiene que para el caudal:

$$\rightarrow Q_{1,3} = k_{eq\ 1,3} \cdot \frac{\Delta h_{1,3}}{l_1 + l_3} \cdot A \quad (1)$$

$$\rightarrow Q_{2,4} = k_{eq\ 2,4} \cdot \frac{\Delta h_{2,4}}{l_2 + l_4} \cdot A \quad (2)$$

$$\rightarrow Q_{1,3} + Q_{2,4} = Q = 0,015 \text{ cm}^3/\text{s} \quad (3)$$

$$\rightarrow \Delta h_{1,3} = \Delta h_{2,4} \quad (\text{flujo en paralelo}) \quad (4)$$

$$(1) + (2) \rightarrow k_{ep,1,3} \cdot \frac{\Delta h_{1,3} \cdot A}{(L_1 + L_3)} + k_{ep,2,4} \cdot \frac{\Delta h_{1,3} \cdot A}{(L_2 + L_4)} = 0,015$$

$$\Delta h_{1,3} (k_{ep,1,3} + k_{ep,2,4}) = 0,015$$

$$\Delta h_{1,3} = \Delta h_{2,4} = \frac{0,015}{k_{ep,1,3} + k_{ep,2,4}} = 39,49 \text{ cm}$$

⑤ y ⑦ flujo en serie

$$k_{ep,5,7} = \frac{L_5 + L_7}{L_5/k_5 + L_7/k_7} = \frac{100}{50(1/10^{-3} + 1/10^{-3})} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}$$

⑥ y ⑧ flujo en serie

$$k_{ep,6,8} = \frac{L_6 + L_8}{L_6/k_6 + L_8/k_8} = \frac{100}{50(1/10^{-1} + 1/10^{-3})} = 1,98 \text{ cm/s}$$

Además:

$$Q_{5,7} = k_{ep,5,7} \cdot \frac{\Delta H_{5,7}}{L_5 + L_7} \cdot A \quad (5)$$

$$Q_{6,8} = k_{ep,6,8} \cdot \frac{\Delta H_{6,8}}{L_6 + L_8} \cdot A \quad (6)$$

$$Q_{5,7} + Q_{6,8} = Q = 0,015 \text{ cm}^3/\text{s} \quad (7)$$

$$\Delta H_{5,7} = \Delta H_{6,8} \quad (\text{flujo en paralelo}) \quad (8)$$

(5) + (6)

$$k_{ep\ 5,7} \cdot \frac{\Delta H_{5,7}}{L_5 + L_7} \cdot A + k_{ep\ 6,8} \cdot \frac{\Delta H_{5,7}}{L_6 + L_8} \cdot A = 0,015$$

$$\Delta H_{5,7} = \frac{0,015}{\frac{k_{ep\ 5,7}}{L_5 + L_7} + \frac{k_{ep\ 6,8}}{L_6 + L_8}} = 7,57 \text{ cm} = \Delta H_{6,8}$$

Ahora bien tenemos $\Delta H_{5,7}$, sin embargo se nos pide ΔH_5 .

$$\Delta H_{5,7} = \Delta H_5 + \Delta H_7 \quad (\text{flujo en serie})$$

$$Q_5 = Q_7 \Leftrightarrow k_5 \cdot \frac{\Delta H_5}{L_5} \cdot A = k_7 \cdot \frac{\Delta H_7}{L_7} \cdot A$$

$$\Rightarrow \Delta H_7 = \Delta H_5 \cdot \frac{k_5}{k_7}$$

Reemplazamos:

$$\Delta H_{5,7} = \Delta H_5 \left(1 + \frac{k_5}{k_7} \right) \Rightarrow \Delta H_5 = \frac{\Delta H_{5,7}}{1 + k_5/k_7}$$

$$\Delta H_5 = \frac{7,57}{1 + 10^{-3}/10^{-2}} = 7,57 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \approx 0$$

Carga total en A.

$$H_A = 100 \text{ cm} - \Delta H_{1,3} - \Delta H_5 = 60,5 \text{ cm}$$

$$= H_{cA} + H_{pA} \quad \wedge \quad H_{cA} = 50 \text{ cm} \Rightarrow H_{pA} = 10,5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow u_A = \gamma_w \cdot H_{pA} = 1,0 \text{ t/m}^3 \cdot 0,105 \text{ m} = 0,11 \text{ t/m}^3 //$$

