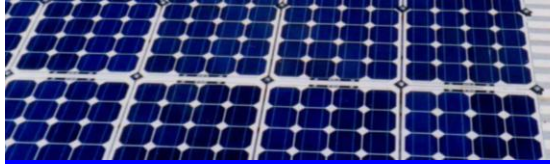




EL 57A SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

Clase 12: Estado Estacionario y Flujos de Potencia

**Luis Vargas
AREA DE ENERGIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA**



Contenido (IV)

4. Estudio de sistemas de potencia en estado estacionario, regulación de tensión y control de reactivos

4.1 Introducción

4.2 Modelo estacionario de la red

4.3 Métodos de flujo de potencia

4.4 Métodos de regulación de tensión

4.5 Estimadores de estado



Introducción (I)

Definición del Problema

El objetivo de este capítulo es determinar la condición de operación de una red, bajo los siguientes supuestos:

- Estado de operación estacionario
- Cargas equilibradas



Estudios de flujos de potencia
(Planificación y Operación)



Objetivo General

- Determinación de voltajes complejos en todos los nodos del sistema
- Cálculo de los flujos de potencia activa y reactiva en elementos de unión (líneas aéreas, cables de poder, transformadores), pérdidas.
- Estrategias de regulación de tensión y control de reactivos



Modelo Estacionario de la Red (I)

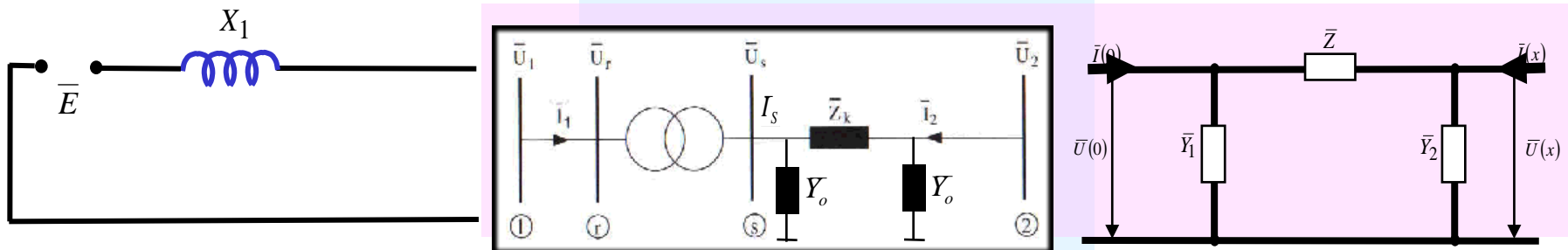
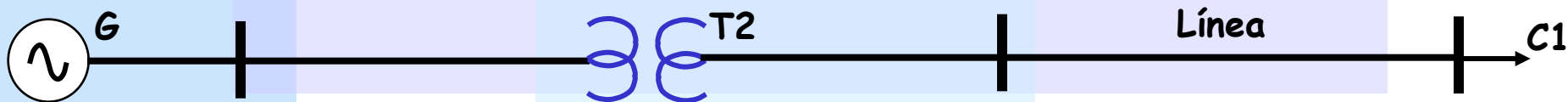
Datos del Modelo

El modelo estacionario requiere de una representación de la red que supone los siguientes aspectos:

- Conocimiento de los consumos en los nodos del sistema
- Representación del sistema en función de un modelo Nodo-Rama



Utilización de modelos de componentes vistos en capítulo 3!

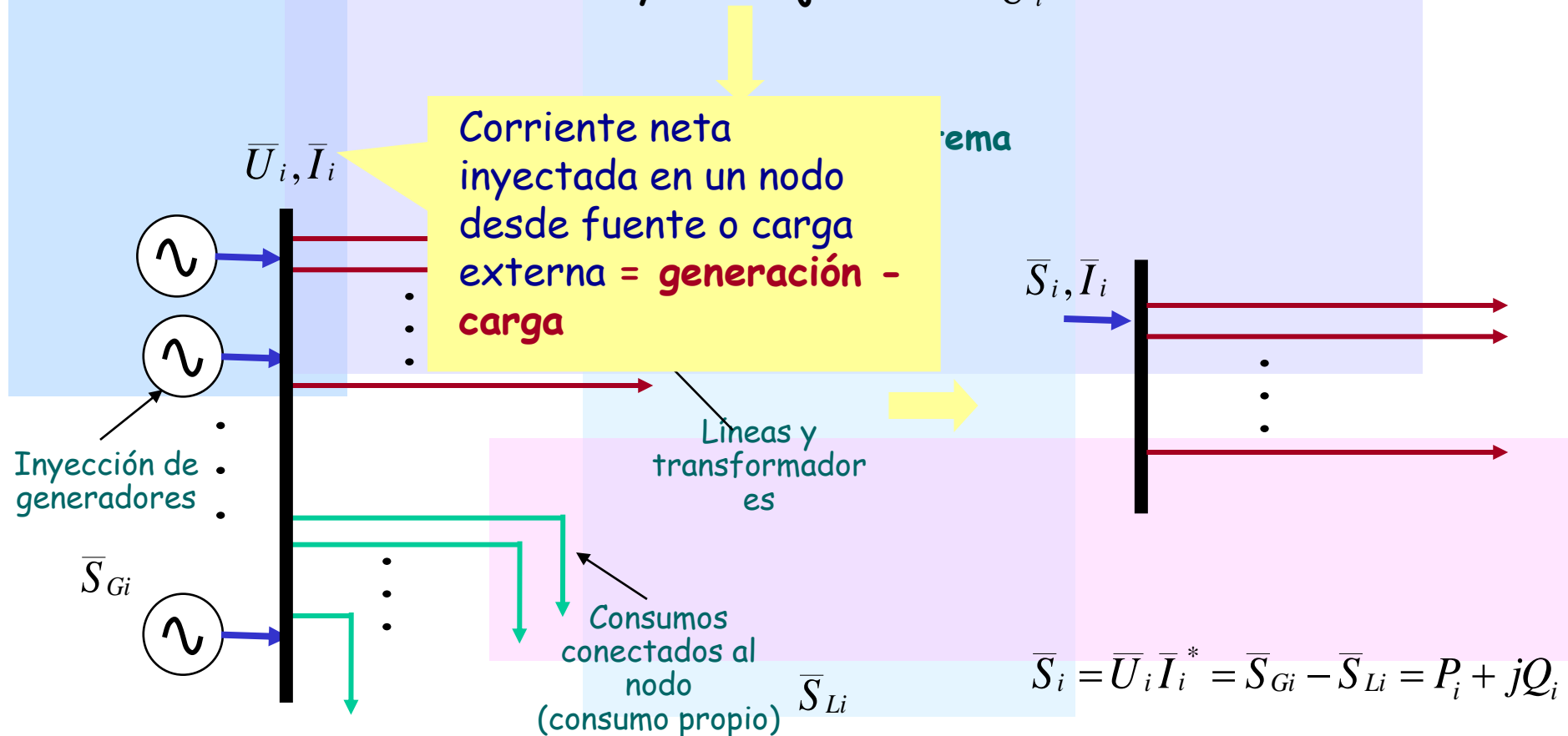




Modelo Estacionario de la Red (II)

Modelo Lineal de la Red

Para la representación matemática de una red en estado estacionario es conveniente el uso de la matriz de admitancia nodal Y . Para ello se define en cada nodo i del sistema la corriente de nodo \bar{I}_i y el voltaje de nodo \bar{U}_i





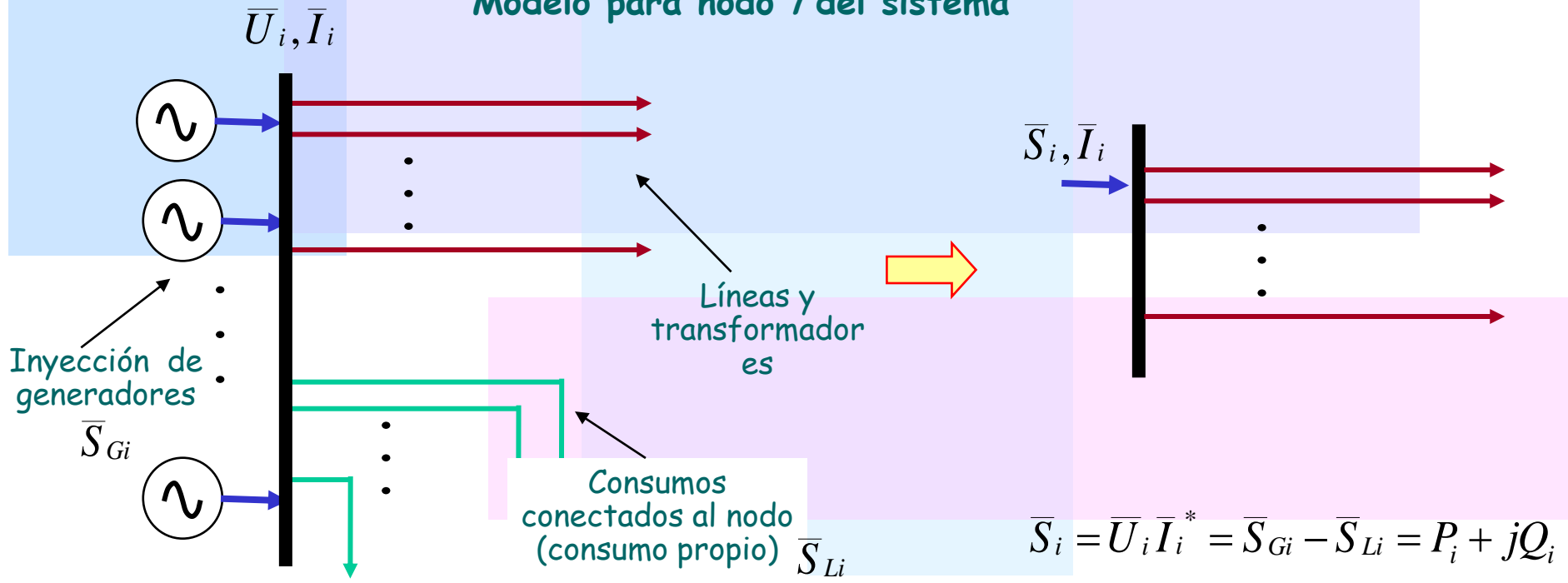
Modelo Estacionario de la Red (II)

Modelo Lineal de la Red

Para la representación matemática de una red en estado estacionario es conveniente el uso de la matriz de admitancia nodal Y . Para ello se define en cada nodo i del sistema la corriente de nodo \bar{I}_i y el voltaje de nodo \bar{U}_i



Modelo para nodo i del sistema

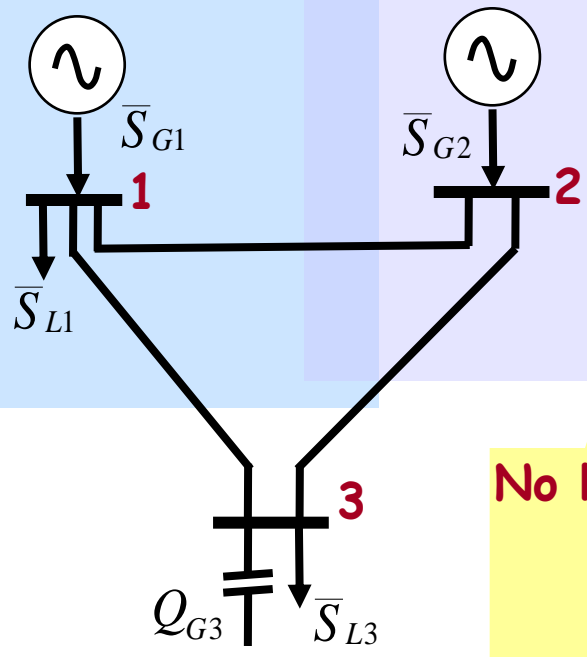




Modelo Estacionario de la Red (III)

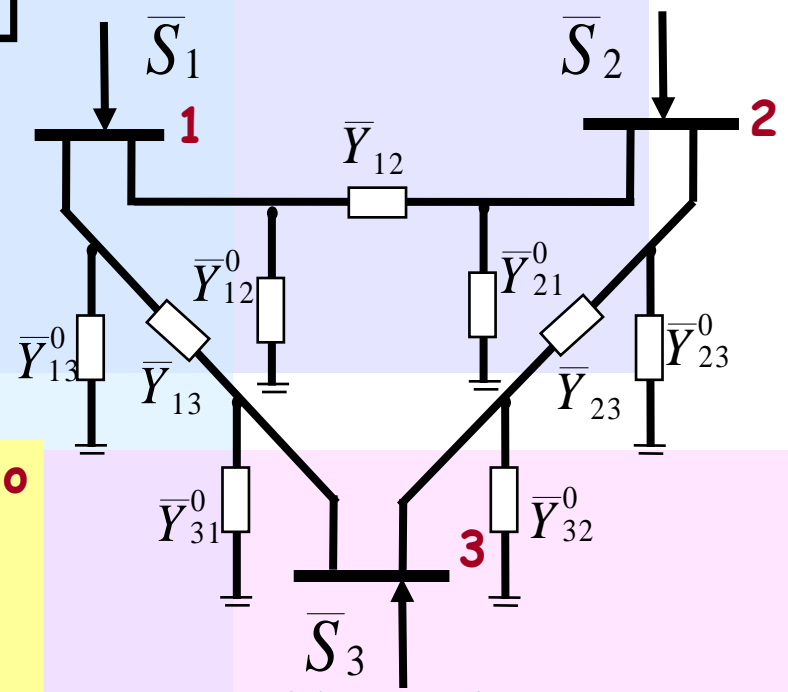
Las corrientes y voltajes de nodos quedan relacionados por la matriz de admintancia nodal

$$[I] = [Y][U]$$



Unilineal

No linealidad de modelo General

$$\bar{S}_i = \bar{U}_i \bar{I}_i^*$$


Modelo Equivalente Monofásico



Modelo Estacionario de la Red (IV)



Armado de la matriz de admitancia

$$[I] = [Y][U]$$

Elementos
de la matriz
de admitancia \bar{y}_{ij}

La regla general para la construcción de la matriz de admitancia está dada por:

Elemento de la Diagonal

$$y_{ii} = \sum_{k: \bar{Y}_{ik} \in \alpha(i)} \bar{Y}_{ik}$$

Elemento fuera de la Diagonal

$$y_{ij} = -\bar{Y}_{ij}$$

Propiedades

- Simétrica (caso general)
- Dispersa (matriz rala)
- Inversa (matriz densa, si existe)



Modelo Estacionario de la Red (V)

Modelo No Lineal de Red

En sistemas de potencia se conocen las potencias complejas en los nodos que resultan de la diferencia entre la potencia inyectada por los generadores y la retirada por los consumos.



Modelo de red no lineal

Potencia aparente neta

$$\bar{S}_i = \bar{U}_i \bar{I}_i^* = \bar{S}_{Gi} - \bar{S}_{Li} = P_i + jQ_i$$



Reemplazando relación de matriz de admitancia, válida para los n nodos del sistema

$$\bar{S}_i = \bar{U}_i \bar{I}_i^* = \bar{U}_i \sum_{j=1}^n y_{ij}^* \bar{U}_j^*$$



Determinación de Flujos de Potencia

$$\bar{S}_{ij}^* = \bar{U}_i^* \bar{I}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \bar{U}_i^* (\bar{U}_i - \bar{U}_j) Y_{ij} + \bar{U}_i^2 Y_{ij}^0$$

$$\bar{S}_{ji}^* = \bar{U}_j^* \bar{I}_{ji} = P_{ji} + jQ_{ji} = \bar{U}_j^* (\bar{U}_j - \bar{U}_i) Y_{ij} + \bar{U}_j^2 Y_{ji}^0$$



Modelo Estacionario de la Red (VI)

Especificación de las ecuaciones de balance de flujo de potencia (coordenadas polares)

Nodo de Referencia

$$\bar{U}_1 = U_1 \angle 0^\circ$$

Otros Nodos

$$\bar{U}_i = U_i \angle \delta_i$$

Elementos de la matriz de admitancia Y

$$\bar{y}_{ij} = y_{ij} \angle \theta_{ij}$$

Balance de flujo nodo *i*

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^n U_i U_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_{j=1}^n U_i U_j y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

Variables del sistema

$$P_{Gi}, P_{Li}, Q_{Gi}, Q_{Li}, U_i, \delta_i$$



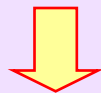
Modelo Estacionario de la Red (VII)

Característica del problema

- No lineal
- 6 variables por nodo
- $2n$ ecuaciones

Caracterización de nodos en el sistema

- Barras PQ (85%) --> barras de carga o de pasada
- Barras PV (15%) --> barras de generación
- Barra libre (1) (barra slack, referencia) --> es una barra de generación específica



Gauss/Seidel

Newton/Raphson



Modelo Estacionario de la Red (VIII)

Métodos de Flujo de Potencia

En esta sección se estudiarán dos métodos iterativos importantes (y sus variantes) para la solución del sistemas de ecuaciones no lineales de flujos de potencia: Gauss-Seidel, Newton-Raphson.

Método de Gauss-Seidel

- Forma general:

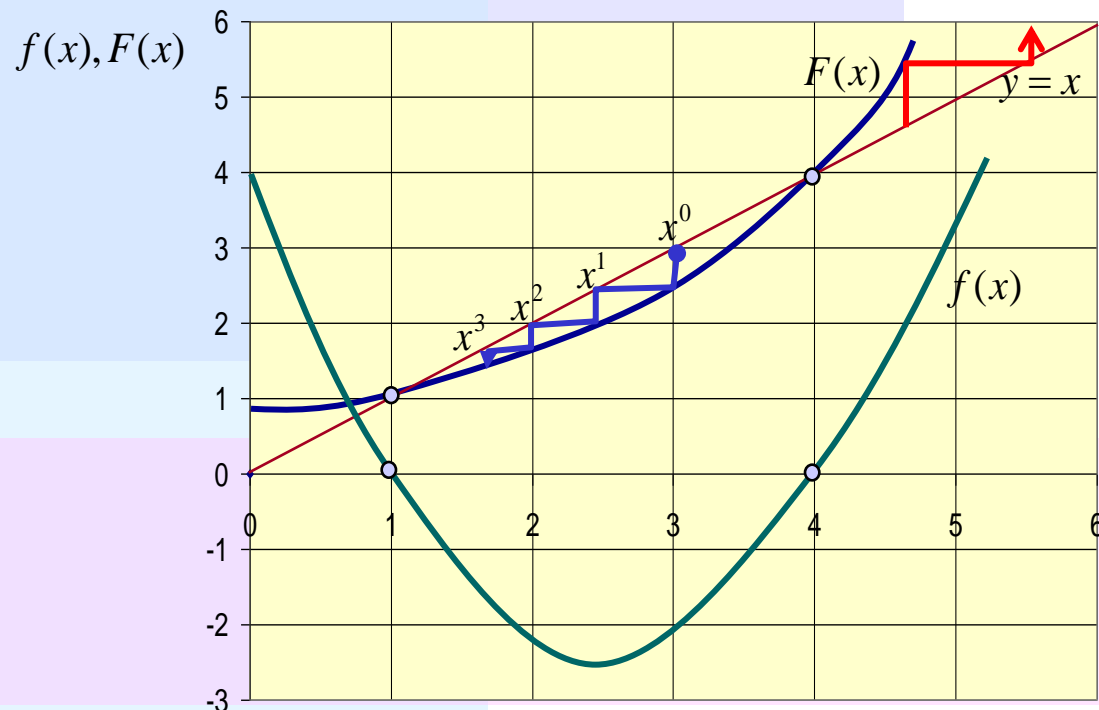
$$f(x) = 0 \longrightarrow x = F(x)$$

$$x^1 = F(x^0)$$

$$|x^{k+1} - x^k| \leq \varepsilon \quad \leftarrow \text{tolerancia}$$

- Ejemplo

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 = 0$$



Método de Gauss



Modelo Estacionario de la Red (IX)

Operatoria General

- Se supone tensión en cada nudo
- Se resuelven las ecuaciones PQ, PV
- Se obtienen nuevas tensiones iterando hasta

$$\left| V_i^{k+1} - V_i^k \right| \leq \varepsilon$$

Caso Ejemplo

Utilizar método de Gauss-Seidel para el sistema mostrado en la figura.

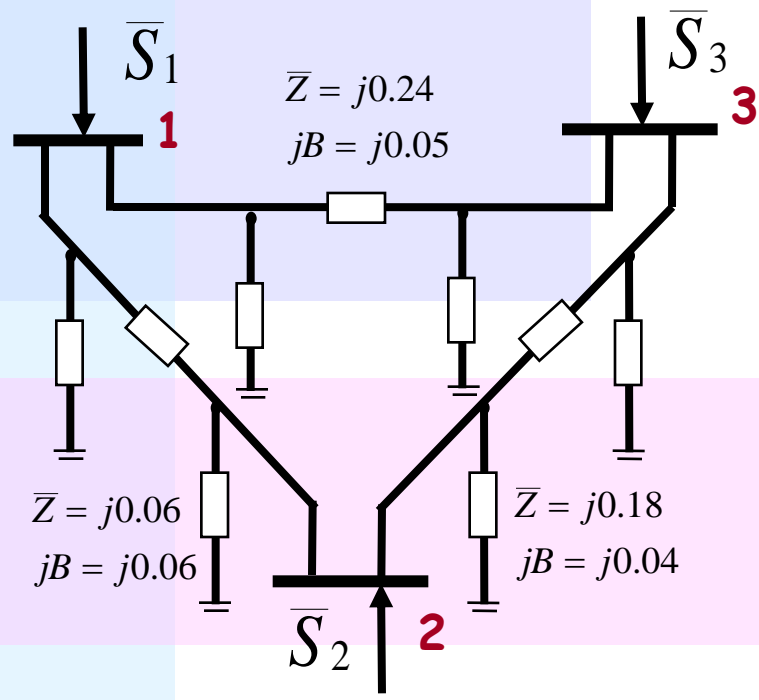
$$S_{L2} = 0.2 + j0.1$$

$$S_{L3} = 1.3 + j0.2$$

Barra ref. $V_1 = 1.06 \angle 0^\circ$, $|V_2| = 1.04$

Determine flujo de potencia si $P_{G2} = 0.4$

Ejemplo de Aplicación





Modelo Estacionario de la Red (X)

Operatoria

- Se supone tensión en cada nudo
- Se resuelven las ecuaciones PQ, PV

$$\bar{V}_i = \frac{1}{y_{ii}} \left[\bar{I}_i - \sum_{j \neq i} \bar{y}_{ij} \bar{V}_j \right]$$

Barras PQ

$$\bar{I}_i = \left(\frac{\bar{S}_i}{\bar{V}_i} \right)^*$$

Barras PV

$$\begin{aligned} \bar{S}_i &= P_i + jQ_i \\ &= \bar{V}_i \bar{I}_i^* = \bar{V}_i \sum_j (\bar{y}_{ij} \bar{V}_j)^* \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_i = \left(\frac{\bar{S}_i}{\bar{V}_i} \right)^*$$

- Se obtienen nuevas tensiones iterando hasta

$$\left| V_i^{k+1} - V_i^k \right| \leq \varepsilon$$

Variaciones del método

- Uso de variables actualizadas

- Factor de aceleración $V_i^{k+1} = V_i^k + \alpha \left[V_{i,calculado}^k - V_i^k \right]$



Modelo Estacionario de la Red (XI)

Método de Newton-Raphson

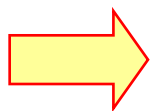
Este método es comparativamente: más complejo, requiere mayor volumen de cálculos por iteración, presenta mejores características de convergencia (número de iteraciones, rapidez).

• Forma general:

Sea $f(x) = 0$

Desarrollando en series de Taylor

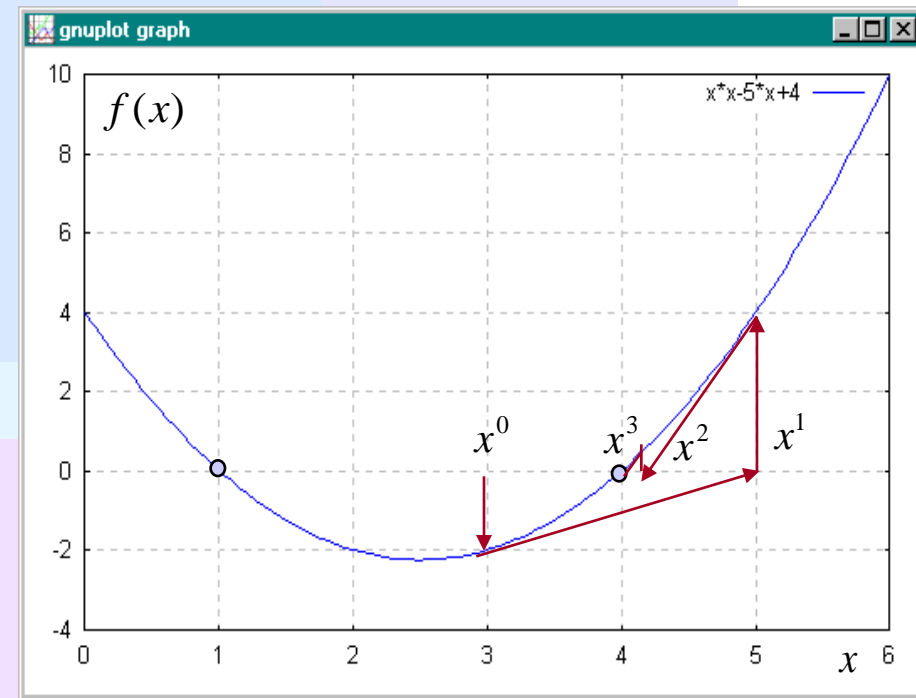
$$f(x) = f(x^0) + \frac{1}{1!} \frac{df(x^0)}{dx} (x - x^0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f(x^0)}{dx^2} (x - x^0)^2 + \dots = 0$$



$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{\frac{df(x^k)}{dx}}$$

• Ejemplo

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 = 0$$



Método de Newton



Modelo Estacionario de la Red (XII)

Operatoria

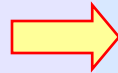
- Descripción de variables

$$V_i = V_i \angle \theta_i \quad y_{ij} = y_{ij} \angle \delta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad \theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$$

- Ecuaciones generales

$$S_i = P_i + jQ_i$$

$$= V_i I_i^* = V_i \sum_j (y_{ij} V_j)^*$$



$$P_i = \sum_j (V_i V_j y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}))$$

$$= V_i \sum_j (V_j (G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_{ij})))$$

$$Q_i = \sum_j (V_i V_j y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}))$$

$$= V_i \sum_j (V_j (G_{ij} \sin(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})))$$

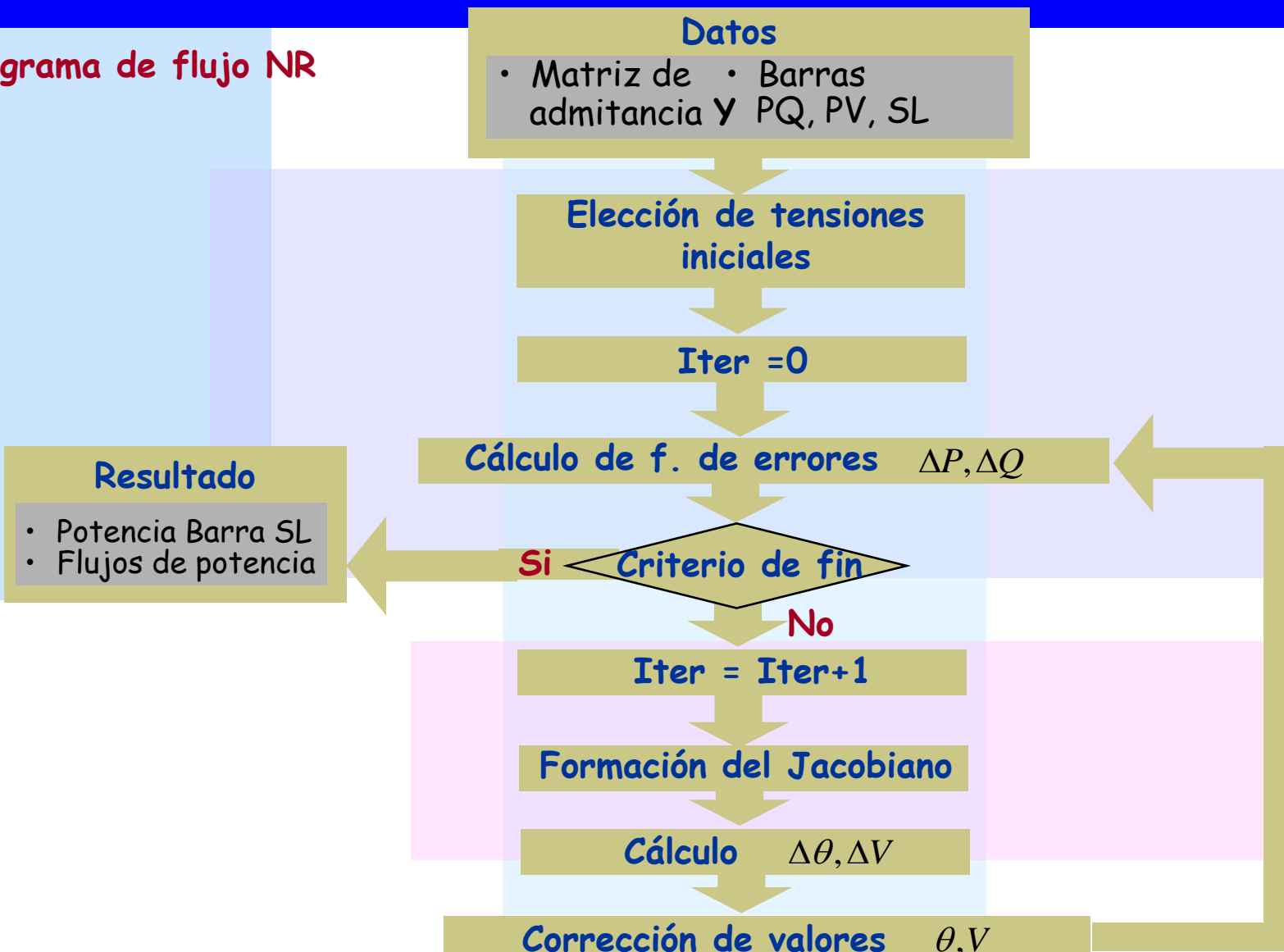
- Forma General método de NR

$$\begin{array}{l}
 \text{N-1} \longrightarrow \\
 \text{Número de} \\
 \text{nodos PQ} \longrightarrow
 \end{array}
 \begin{bmatrix} \Delta P \\ \dots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -[\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \dots \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$



Modelo Estacionario de la Red (XIII)

Diagrama de flujo NR





Modelo Estacionario de la Red (XIV)

Método de Newton-Raphson desacoplado/rápido (Stott, Alsac 1970-1972)

Este método aprovecha características matriciales de los sistemas reales logrando acelerar considerablemente los cálculos requeridos en cada iteración.

• Simplificaciones consideradas

1. Relación Resistencia/Reactancia

$$R_{ij} \ll X_{ij} \longrightarrow y_{ij} = -\frac{1}{Z_{ij}} = y_{ij} \angle 90^{\circ}$$

Elementos fuera de la diagonal

$$B_{ij} = \frac{1}{X_{ij}}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -[\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

2. Se desprecia conductancia de línea

$$G_{ij} \approx 0 \longrightarrow y_{ii} = y_{ii} \angle \pm 90^{\circ}$$

3. Diferencia de ángulo de fase entre nodos conectados

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j \longrightarrow \text{pequeña} \longrightarrow \sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}, \cos \theta_{ij} \approx 1$$



Modelo Estacionario de la Red (XV)

• Modelo Resultante

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -[\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

Debido a
supuestos

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -[\tilde{\mathbf{J}}] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{L}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix}$$

Por conveniencia
en el cálculo

$$\Delta V/V = \begin{bmatrix} \Delta V_1/V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_n/V_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} \sum_{j=1, j \neq 2}^n y_{2j} & -y_{23} & \cdots & -y_{2n} \\ -y_{23} & \sum_{j=1, j \neq 3}^n y_{3j} & & -y_{3n} \\ \vdots & & \ddots & \\ -y_{2n} & -y_{3n} & & \sum_{j=1}^{n-1} y_{nj} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{L}} \rightarrow \mathbf{B}'' = \begin{bmatrix} -2y_{22} - \sum_{j=1, j \neq 2}^n y_{2j} & -y_{23} & \cdots & -y_{2n} \\ -y_{23} & -2y_{33} - \sum_{j=1, j \neq 3}^n y_{3j} & & -y_{3n} \\ \vdots & & \ddots & \\ -y_{2n} & -y_{3n} & & -2y_{nn} - \sum_{j=1}^{n-1} y_{nj} \end{bmatrix}$$



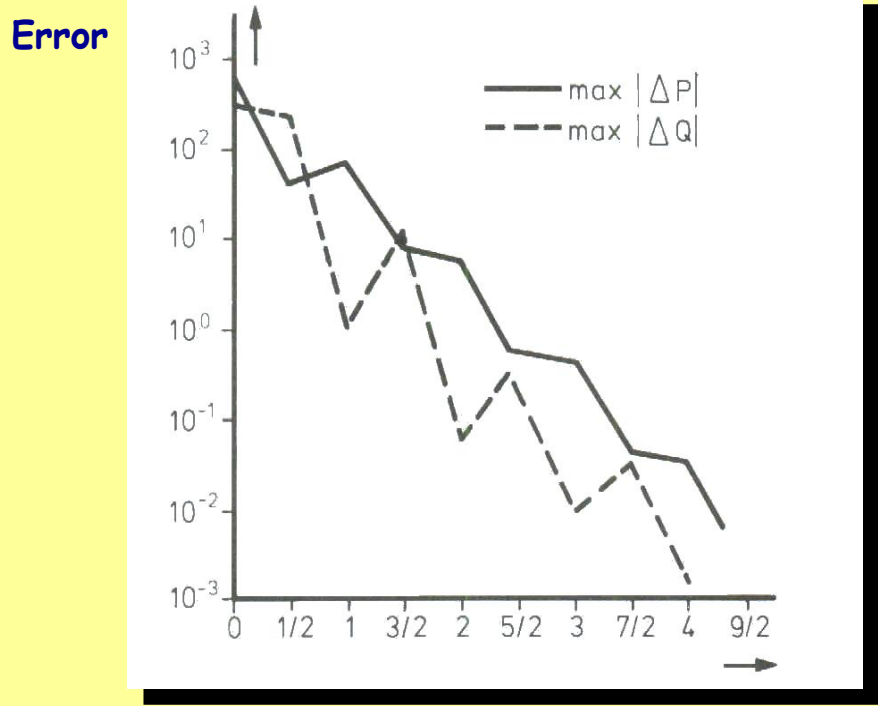
Modelo Estacionario de la Red (XVI)

Simplificación adicional

$$U_i \approx U_j$$

$$diag \mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & U_3 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & U_n & \end{bmatrix}$$

Proceso de Convergencia



de Potencia activa

$$[diag \mathbf{U}]^{-2} \Delta Q$$

desacoplados con ambos modelos.



Modelo Estacionario de la Red (XVI)

Simplificación
adicional

$$U_i \approx U_j$$

$$\text{diag}\mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & U_3 & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & U_n \end{bmatrix}$$

Modelo de Potencia
Activa

$$\mathbf{B}' \Delta\theta = [\text{diag}\mathbf{U}]^{-2} \Delta P$$

Modelo de Potencia
Reactiva

$$\mathbf{B}'' \frac{\Delta U}{U} = [\text{diag}\mathbf{U}]^{-2} \Delta Q$$

Permite replantear diagrama de flujo a través de dos modelos desacoplados con matrices de coeficientes constantes. El método resuelve iterativamente ambos modelos.



Modelo Estacionario de la Red (XVII)

Flujo de Potencia en Continua Modelo (P-Delta) o (P-Theta)

Este método puede ser estudiado y entendido como una consecuencia natural de las simplificaciones utilizadas en el método de NR desacoplado rápido. Los resultados entregados por este cálculo aproximado son suficientes para una amplia gama de estudios: contingencias, económicos, etc..

Modelo de Potencia Activa

$$\mathbf{B}' \Delta \theta = [\text{diag} \mathbf{U}]^{-2} \Delta P$$

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} \sum_{j=1, j \neq 2}^n y_{2j} & -y_{23} & \cdots & -y_{2n} \\ -y_{23} & \sum_{j=1, j \neq 3}^n y_{3j} & & -y_{3n} \\ \vdots & & \ddots & \\ -y_{2n} & -y_{3n} & & \sum_{j=1}^{n-1} y_{nj} \end{bmatrix}$$

Simplificación
adicional

$$U_i \approx 1 \text{ pu}$$

$$[P] = \mathbf{B}' [\theta]$$

$$P_{ij} = \frac{1}{X_{ij}} (\theta_i - \theta_j)$$



Modelo Estacionario de la Red (XVIII)

Análisis de Sensibilidad en Ecuaciones de Flujo de Potencia

Bajo el supuesto de que se ha alcanzado un estado de operación estacionario es posible estudiar el efecto de pequeñas variaciones (perturbaciones) sin necesidad de resolver nuevamente el flujo de potencia --> análisis de sensibilidad del sistema.

$$\bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{p}}) = \mathbf{0}$$

VARIABLES DE ESTADO V

VARIABLES DE CONTROL SG

VARIABLES DE PERTURBACIÓN SL

$$\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_u \Delta \mathbf{u} - \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_p \Delta \mathbf{p}$$

Matrices de sensibilidad



Modelo Estacionario de la Red (XIX)

Consideraciones Finales Sobre Flujo de Potencia

El cálculo de la operación en estado estacionario a través de un flujo de potencia no asegura un resultado que respete límites técnicos de operación, tales como :

- Capacidad de transmisión de líneas y transformadores
- Voltaje en barras dentro de límites o banda aceptable



- Conexión de elementos adicionales (Líneas, transformadores)
- Compensación reactiva (capacitiva, inductiva)
- Transformadores reguladores
- Equipos FACTS



Métodos de Regulación de Tensión (I)

Introducción

El objetivo central de la regulación de tensión es mantener la tensión en equipos a lo largo del día (año) de manera de no afectar su vida útil. Lo anterior depende del tipo y características de los equipos:

- **Tensión nominal y rangos de operación (banda):**
- **Tipos de equipos:**
 - Central generadora
 - Líneas de transmisión
 - Redes de distribución
- **Tipos de variaciones:**
 - Lentas
 - Bruscas (variaciones del tipo parpadeo)
 - Caídas de tensión