INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

IN3702: Investigación de Operaciones
Profs: José Correa H., Rafael Epstein N.
Auxs: F. Lagos, N. Padilla, I. Rios, F. Vidal

Tarea 1

Miércoles 2 de Noviembre de 2011

Pregunta 1

1. Sea $P(E) = P(\text{probabilidad que salga } S1 \text{ antes que } S2)$. Por otra parte, llamaremos $P(E|N)$ a la probabilidad condicionada a que ya ha salido la secuencia N de números.

   Se plantea el siguiente sistema de ecuaciones, el cual se consigue condicionando sobre los eventuales resultados del dado

$$\begin{aligned}
P(E) &= \frac{1}{6}P(E|5) + \frac{1}{6}P(E|4) + \frac{4}{6}P(E) \\
P(E|5) &= \frac{4}{6}P(E) + \frac{1}{6}P(E|54) + \frac{1}{6}P(E|5) \\
P(E|4) &= \frac{3}{6}P(E) + \frac{1}{6}P(E|4) + \frac{1}{6}P(E|5) + \frac{1}{6}P(E|41) \\
P(E|54) &= \frac{3}{6}P(E) + \frac{1}{6}P(E|543) + \frac{1}{6}P(E|4) + \frac{1}{6}P(E|41) \\
P(E|41) &= \frac{1}{6}P(E|414) + \frac{1}{6}P(E|5) + \frac{4}{6}P(E) \\
P(E|543) &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6}P(E|5) + \frac{1}{6}P(E|4) + \frac{3}{6}P(E) \\
P(E|414) &= \frac{1}{6}P(E|4) + \frac{1}{6}P(E|5) + \frac{3}{6}P(E)
\end{aligned}$$

   Al resolver el sistema se obtiene que P(E) es 0.8.

2. (a) Simplemente es que no falle ninguna de las M veces que tiene que producir para terminar exitosamente la jornada.

   Si definimos $F_c = \begin{cases} 1 & \text{si falla alguna vez en el día} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$, entonces

$$P(F_c = 0) = (1-q)^M$$

   (b) Definimos:

   T_i= tiempo que demoró en terminar máquina i

   T=tiempo que demoró en terminar máquina China

   La probabilidad buscada es

$$P(T < \min\{T_i\}_{i=1}^{n}) = \frac{\mu q}{\mu q + \lambda p(n-1)}$$

   (c) La probabilidad que la máquina China sea primera, en este caso:

$$\begin{aligned}
P(T < \min\{T_i\}_{i=1}^{N-n}) &= P(T < \min\{T_i\}_{i=1}^{N-n} \wedge F_c = 0)P(F_c = 0) + P(T < \min\{T_i\}_{i=1}^{N-n} \wedge F_c = 1)P(F_c = 1) \\
&= \frac{\mu q(1-q)^M}{\mu q + \lambda p(N-n)}
\end{aligned}$$

0

(d) La probabilidad buscada es una binomial, donde lo calculado en la parte 1. representa el parámetro de esta distr.

$$P(n \text{ de } N-1 \text{ máquinas no fallen}) = \binom{N-1}{n}(1-p)^{Mn}(1-(1-p)^M)^{N-1-n}$$

3. Sea:

$$\text{Cartas de jugador J: } C_j = \begin{cases} B \\ R \\ M \end{cases}$$

$$\text{Cartas de contrincante: } C_c = \begin{cases} B \\ R \\ M \end{cases}$$

$$\text{Que dice el amigo: } A = \begin{cases} M \\ NM \end{cases}$$

Sea $P(G)$ = probabilidad de ganar. Si condicionamos:

$$P(G) = \frac{1}{3}P(G|C_j = B) + \frac{1}{3}P(G|C_j = R)$$

estas prob. condicionales las volvemos a condicionar

$$\begin{aligned} P(G|C_j = B) &= \frac{1}{3}P(G|C_j = B \wedge C_c = B) + \frac{1}{3}P(G|C_j = B \wedge C_c = R) + \frac{1}{3}P(G|C_j = B \wedge C_c = M) \\ P(G|C_j = B \wedge C_c = B) &= pP(G|C_j = B \wedge C_c = B \wedge A = M) + (1-p)P(G|C_j = B \wedge C_c = B \wedge A = NM) \\ &= p \end{aligned}$$

equivalentemente

$$\begin{aligned} P(G|C_j = B \wedge C_c = R) = 1 \\ P(G|C_j = B \wedge C_c = M) = 1 \end{aligned}$$

reemplazando

$$P(G|C_j = B) = \frac{2}{3} + \frac{p}{3}$$

con la probabilidad faltante se hace lo mismo, obteniendo

$$P(G|C_j = R) = \frac{1}{3} + \frac{p}{3}$$

finalmente,

$$P(G) = \frac{1}{3} + \frac{2p}{9}$$