



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

**CASO: MODELOS DE REGULACIÓN DE
TELECOMUNICACIONES**

Fabián R. Medel García

DICIEMBRE 2011

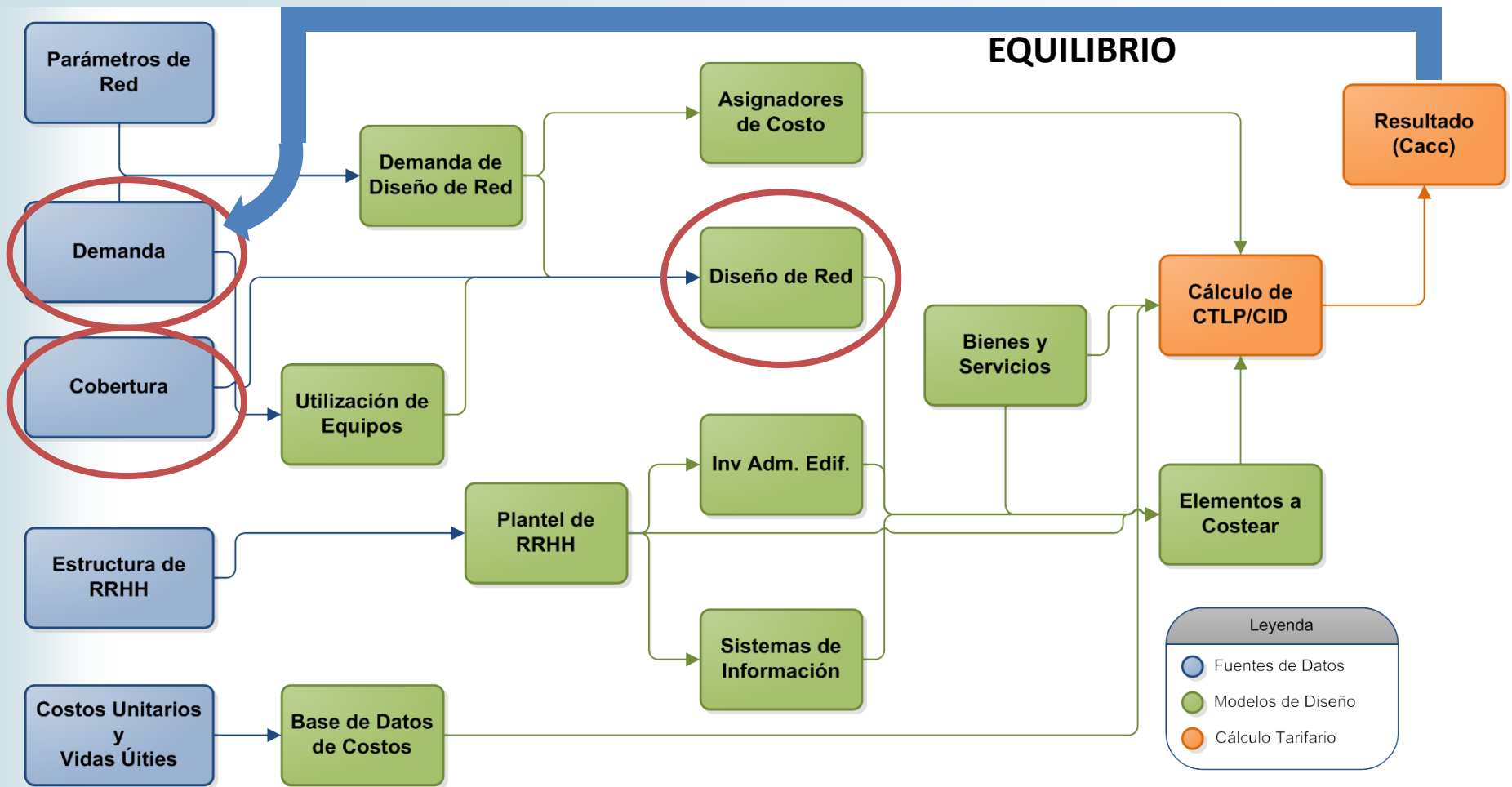
**MODELO DE EMPRESA EFICIENTE
MÓVIL**

LINEAMIENTOS DEL CASO

- Revisión del Modelo y Estado del Arte
- Modelo:
 - Función de Utilidad y Costos
 - Funciones Objetivo
 - Equilibrio
 - Óptimo Social
- Resultados:
 - Resultados Básicos
 - Resultados de Cargos de Acceso Asimétricos
 - Resultados de Cargos de Acceso Nulos
 - Resultado de Regulación de Precios a Público
- Conclusiones y Trabajo Futuro



Diagrama General



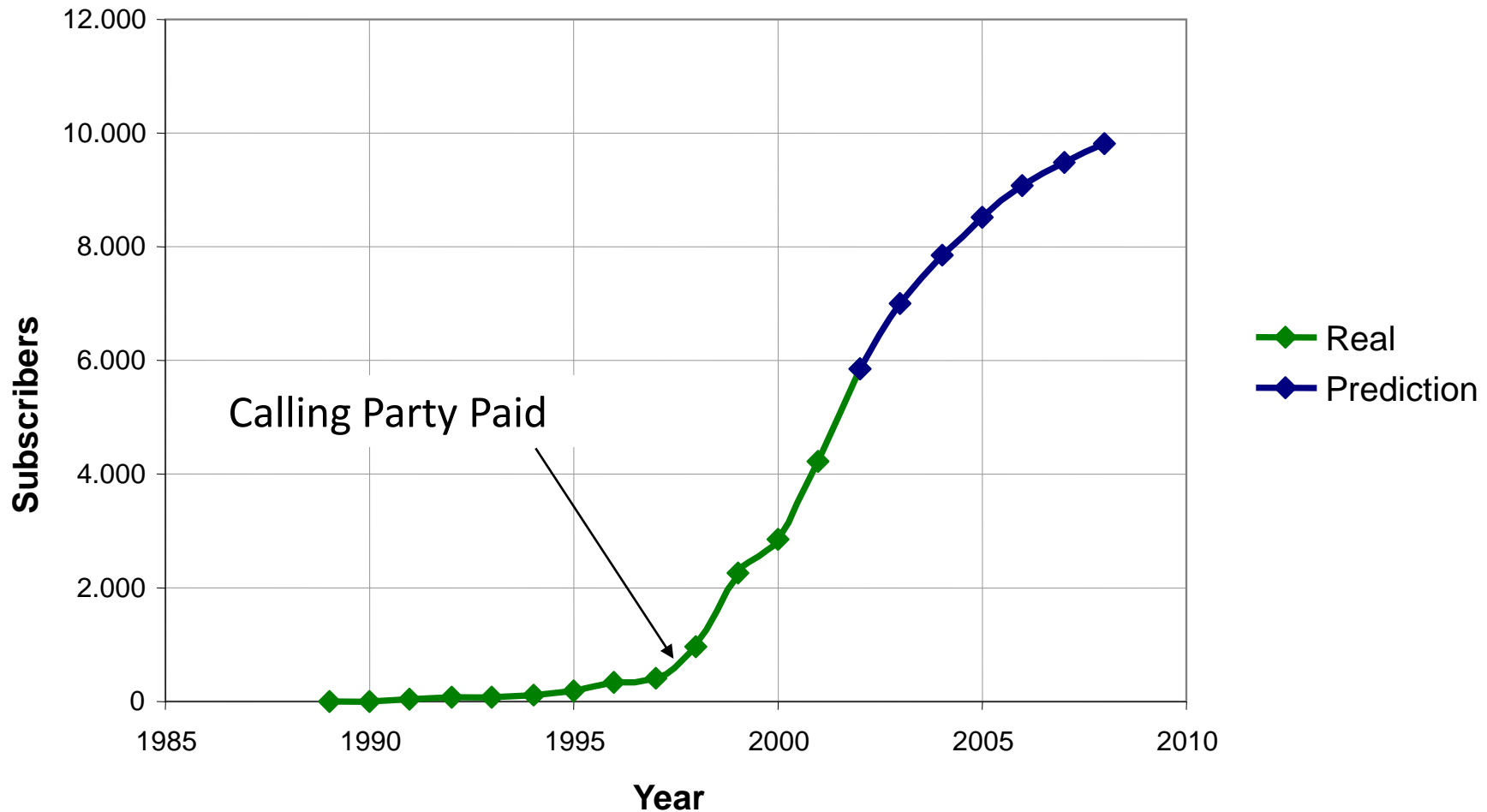
Fuente: DANTZIG

ESTIMACIÓN DE DEMANDA



Cálculo de Demanda

Pronóstico de Demanda



Cálculo de Demanda

Pronóstico de Demanda

- Logísticos:

$$P = \frac{1}{1 + e^{\beta'x}} \quad \Rightarrow \quad \ln \left| \frac{P}{1-P} \right| = -\beta'x$$

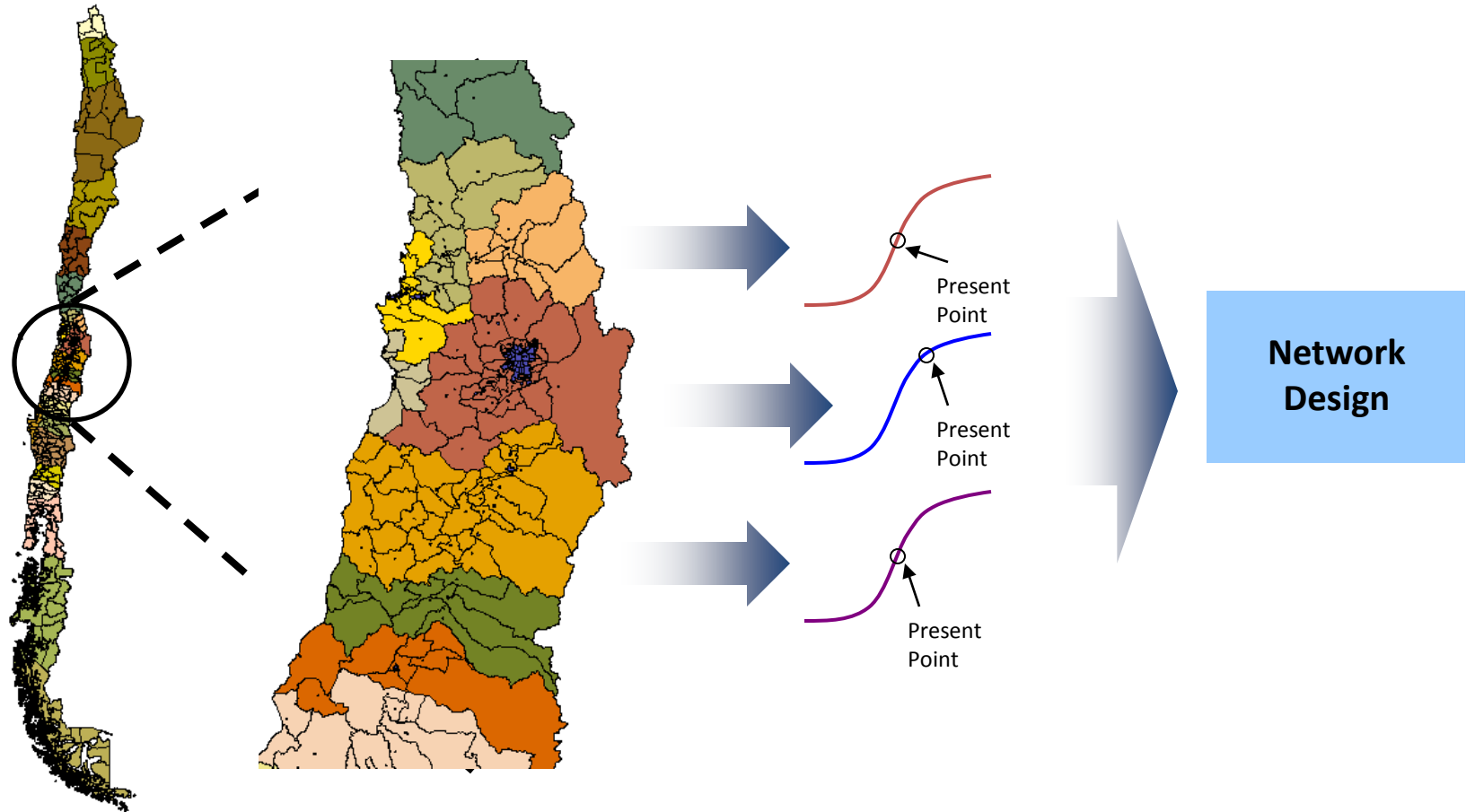
- Logísticos Generalizados

$$P = \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\beta'x}} \quad \xrightarrow{\text{LP}} \quad P_{\max} = \frac{1}{\alpha_1}$$



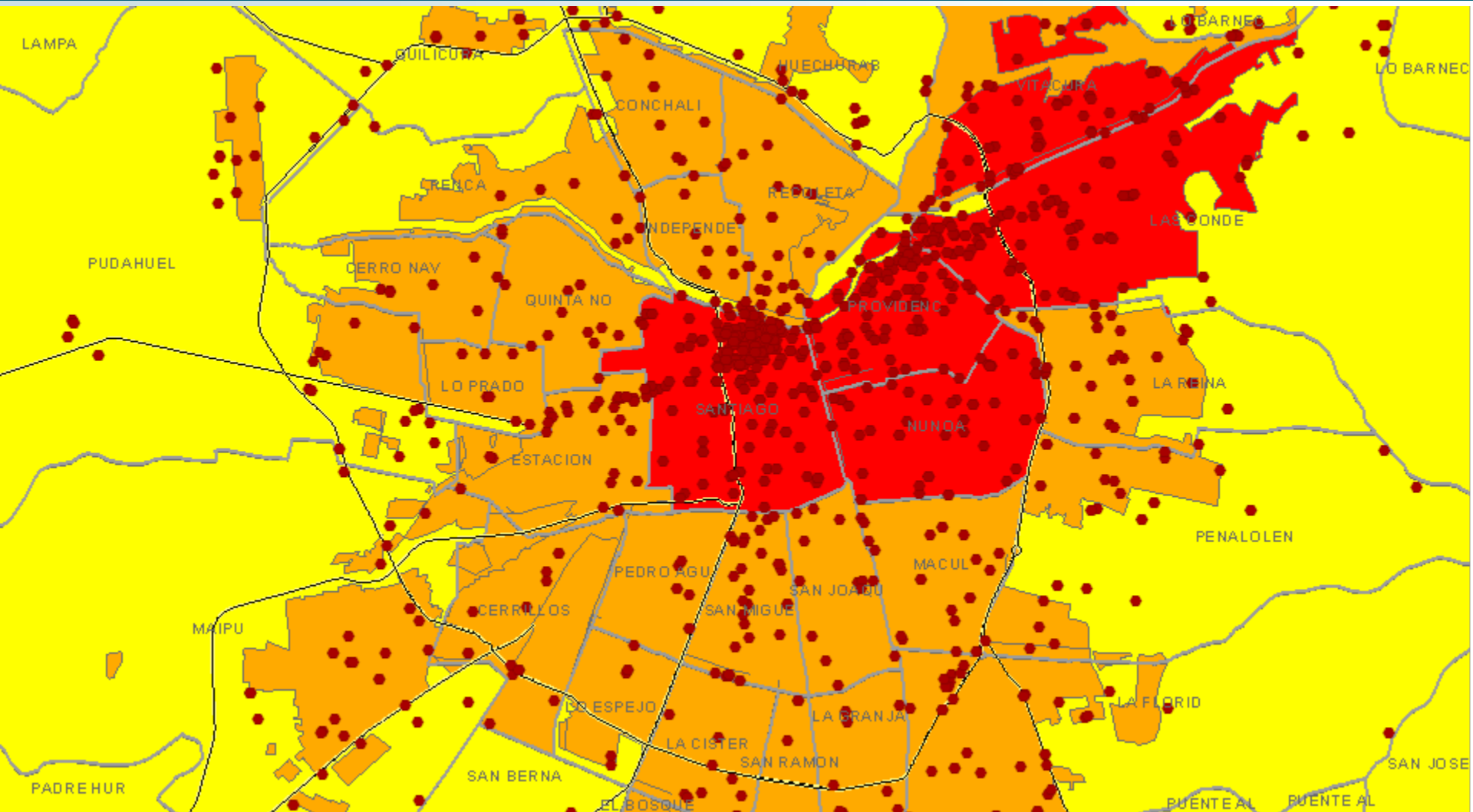
Cálculo de Demanda

Segmentación Geográfica de la Demanda



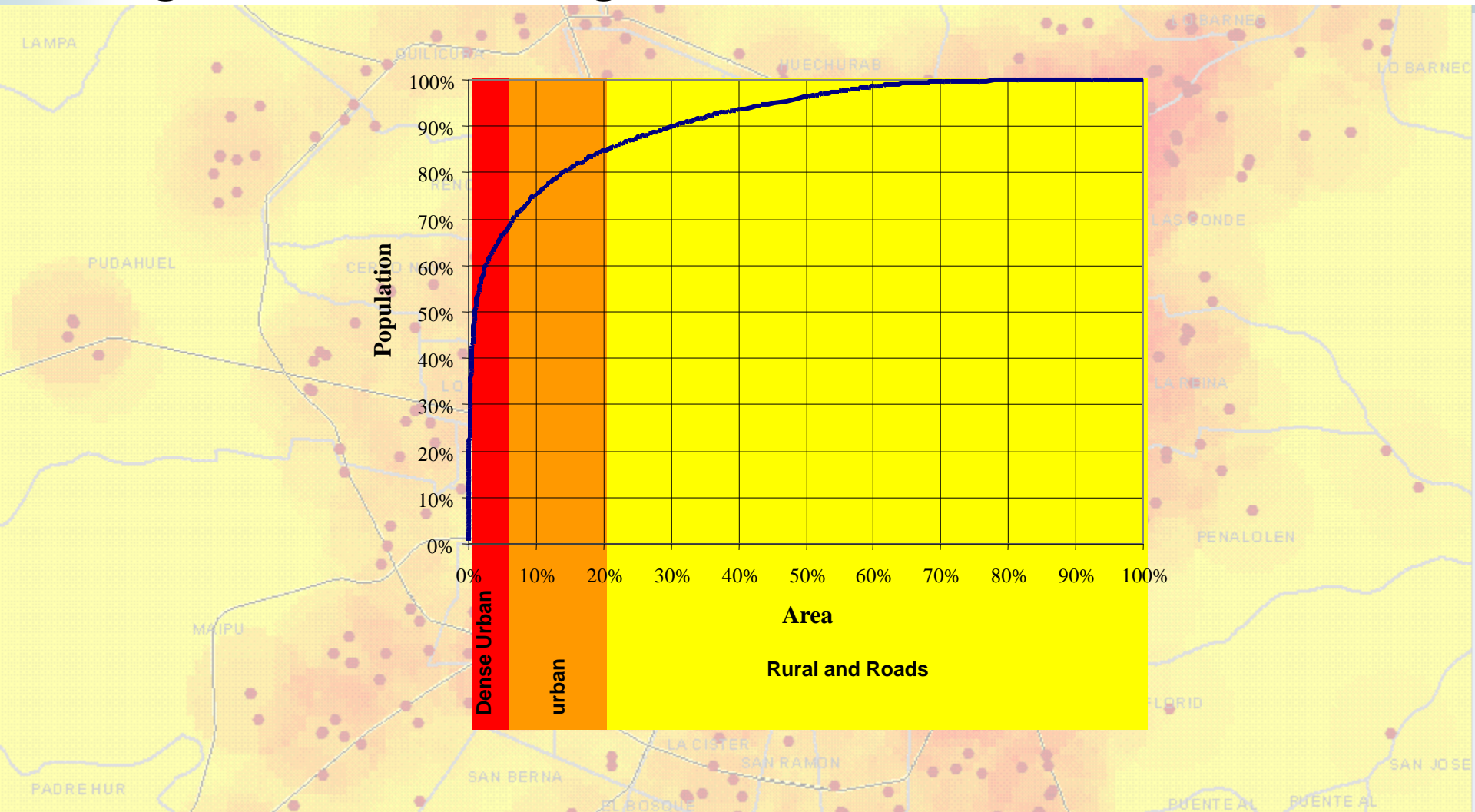
Cálculo de Demanda

Segmentación Geográfica de la Demanda



Cálculo de Demanda

Segmentación Geográfica de la Demanda



Cálculo de Demanda

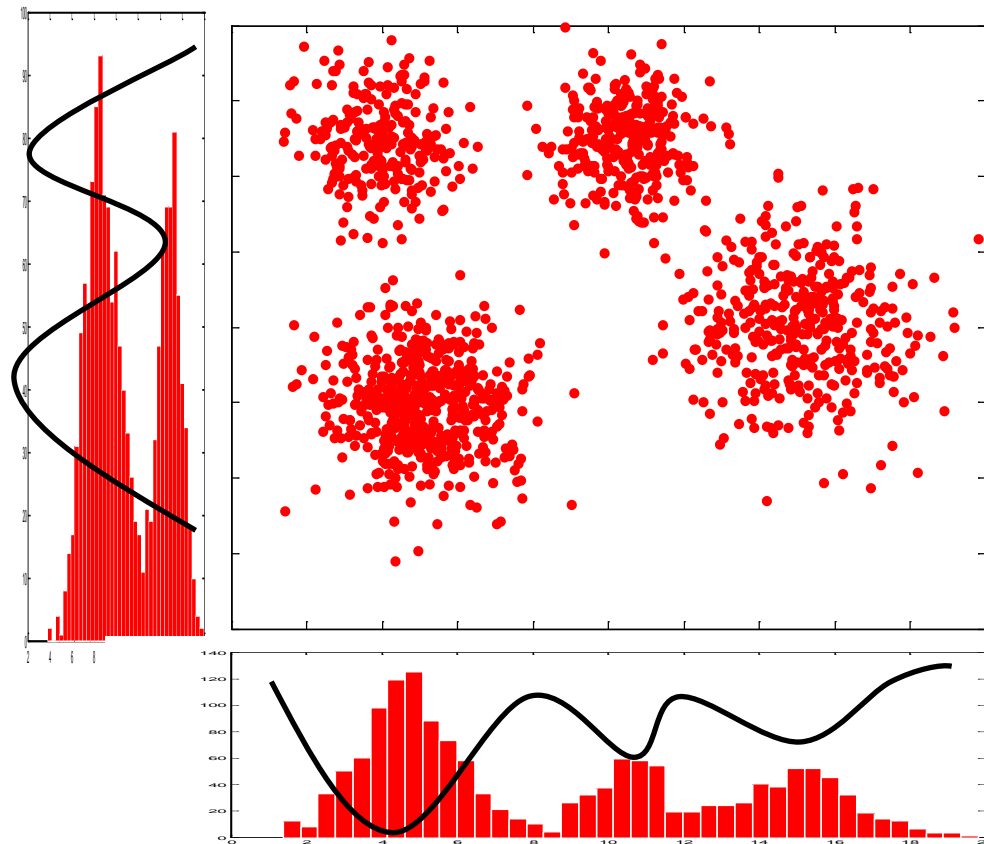
Ubicación Geográfica de la Demanda

EM:

Paso E:

$$w_j^n = \frac{p(X^n | j, \mu_j(t), \Sigma_j(t)) P(j, t)}{\sum_{j=1}^M p(X^n | j, \mu_j(t), \Sigma_j(t)) P(j, t)}$$

Paso M:



$$\mu_j(t+1) = \frac{\sum_{n=1}^N w_j^n X^n}{\sum_{n=1}^N w_j^n}, \quad \Sigma_j(t+1) = \frac{\sum_{n=1}^N w_j^n (X^n - \mu_j(t+1))(X^n - \mu_j(t+1))}{\sum_{n=1}^N w_j^n}$$



Cálculo de Demanda

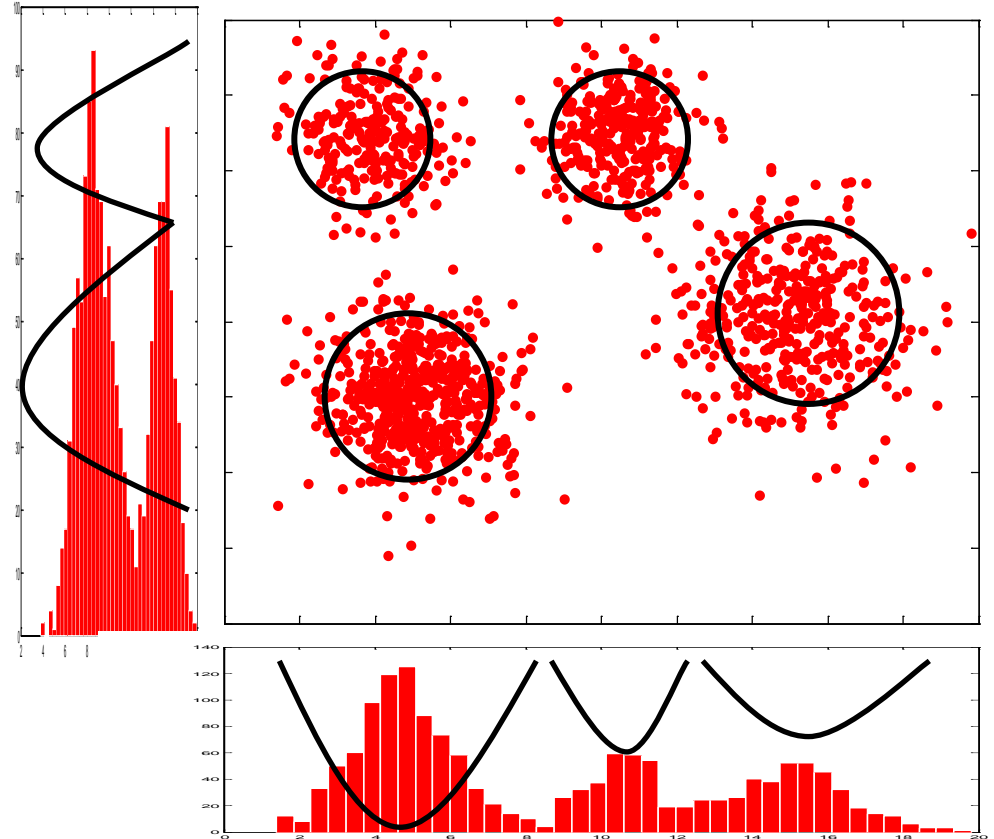
Ubicación Geográfica de la Demanda

EM:

Paso E:

$$w_j^n = \frac{p(X^n | j, \mu_j(t), \Sigma_j(t)) P(j, t)}{\sum_{j=1}^M p(X^n | j, \mu_j(t), \Sigma_j(t)) P(j, t)}$$

Paso M:



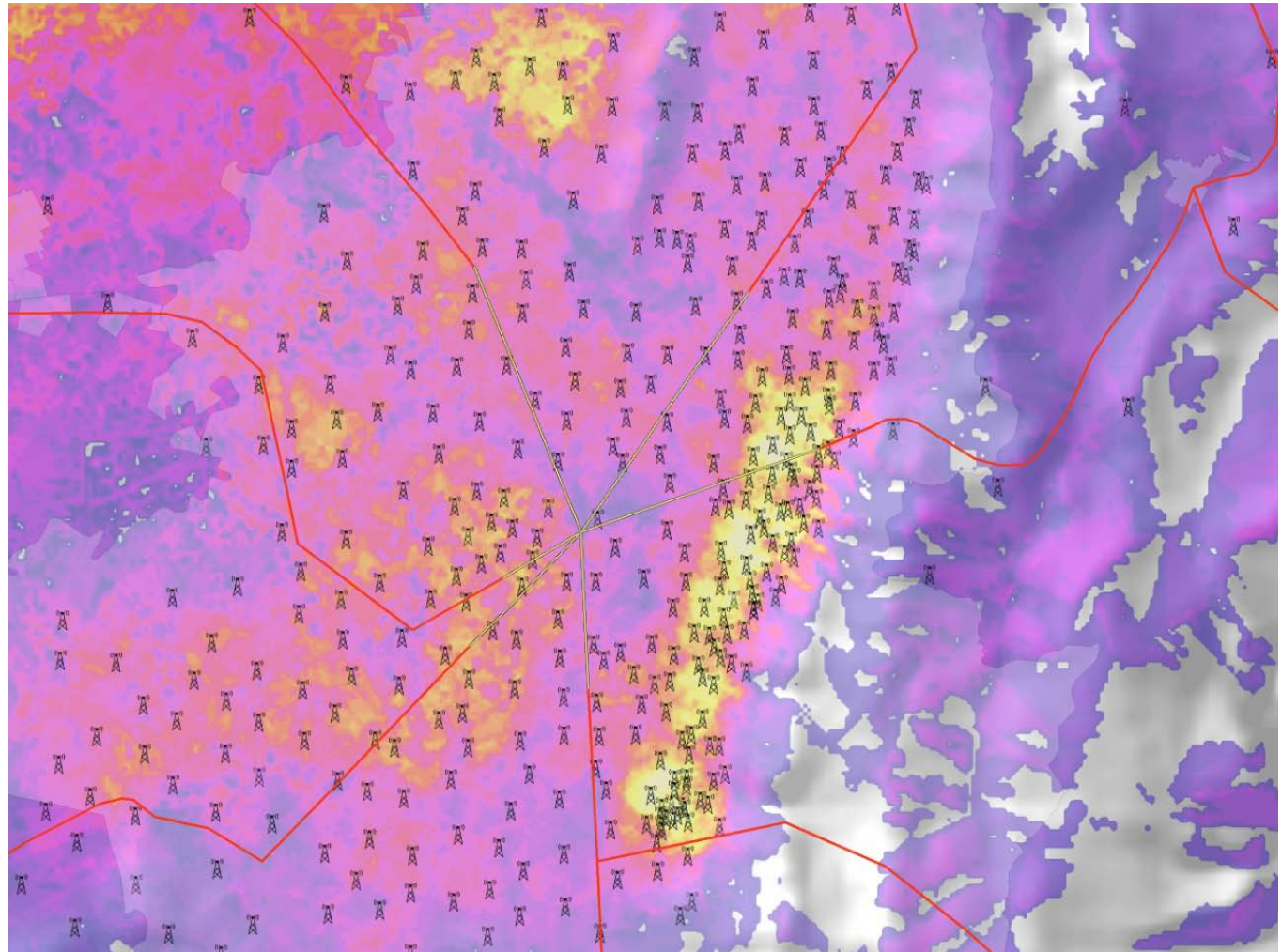
$$\mu_j(t+1) = \frac{\sum_{n=1}^N w_j^n X^n}{\sum_{n=1}^N w_j^n}, \quad \Sigma_j(t+1) = \frac{\sum_{n=1}^N w_j^n (X^n - \mu_j(t+1))(X^n - \mu_j(t+1))}{\sum_{n=1}^N w_j^n}$$



Cálculo de Demanda

Ubicación Geográfica de la Demanda

- Resultado



DISEÑO DE REDES



Diseño de Cobertura

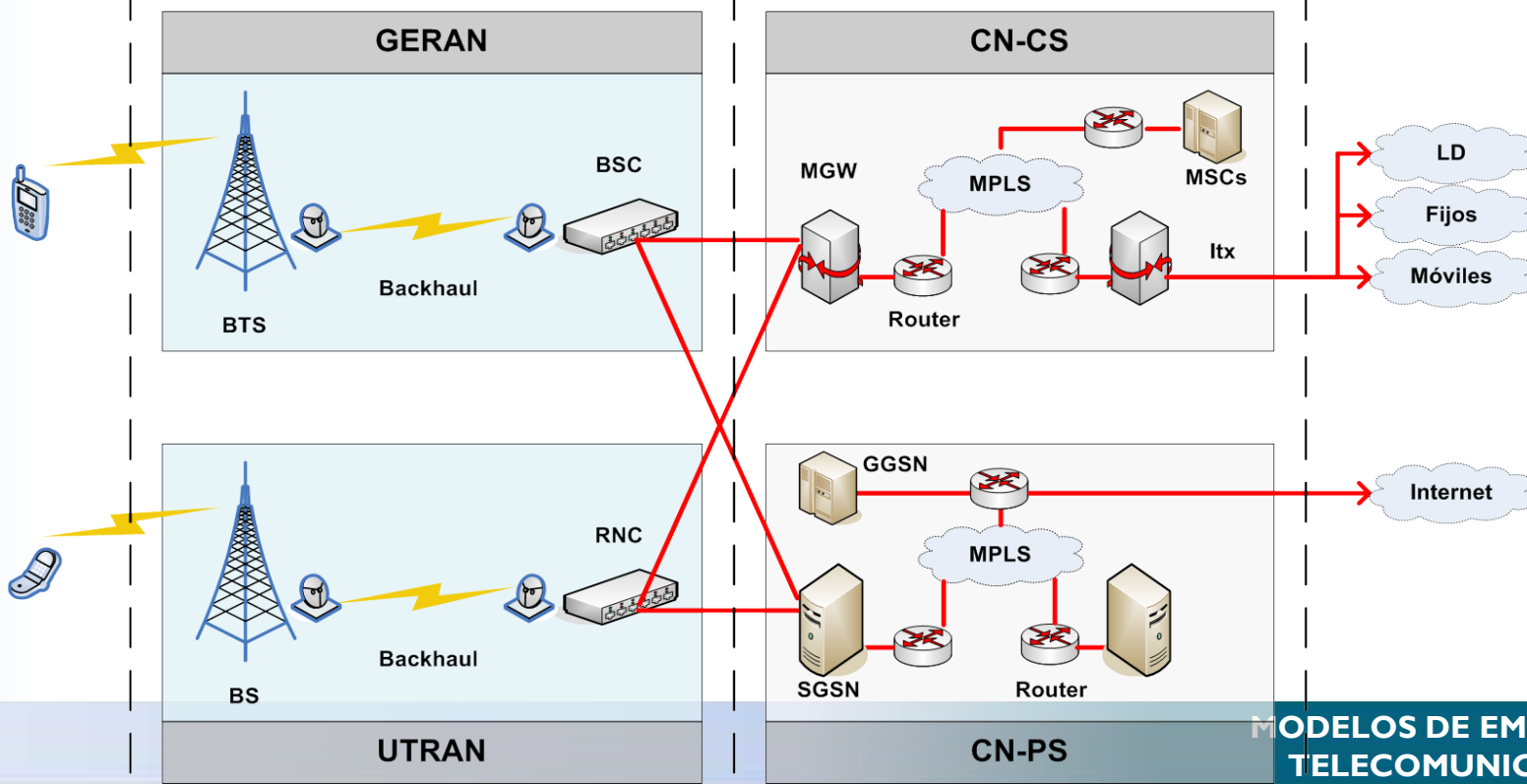
Red de Cobertura y Tráfico:

RED de COBERTURA

RED de TRÁFICO

RED FINAL (Completa)

Diseño de Red:



Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

■ Conjuntos:

- I : Conjunto de zonas de atención, por notación se utilizarán el conjunto J para especificar zonas de atención que son destino de llamadas.
- K : Puntos de localización factible de centros de conmutación y control, por notación se utilizará K y L para MGW y H para MSCS
- T : Conjunto de años de evaluación $T = \{0,1,2,3,4,5\}$
- W : Conjunto de tipos de MGW $W = \{MGW1, MGW2, MGW3\}$
- S : Conjunto de tipos de MSCS $WS = \{MSCS1, MSCS2\}$



Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

Parámetros

- C_{kst} : Costo de inversión MSCS
- CM_{kwt} : Costo de inversión MGW
- Cc_{ijt} : Costo de arriendo de capacidad de transmisión
- Dda_{ijt} : Tráfico entre el nodo i al j en el tiempo t
- $CWMax^w$: Capacidad máxima de MGW
- $CWMin^w$: Capacidad mínima de MWG
- $CSMax^s$: Capacidad máxima de MSCS
- $CSMin^s$: Capacidad mínima de MSCS
- K_0 : Tasa de Costo de Capital
- ρ : Tasa de tributación
- λ : Tamaño de headers emanados de la conmutación como proporción del tráfico
- v_s : Vida útil de los MSCS
- v_w : Vida útil de los MGW



Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

Variables

- z_{ikt} : Enlaces desde zona de atención al MGW
- y_{klt}^i : Enlaces originados en la zona de atención entre MGW
- x_{kjt}^i : Enlace desde los MGW para llamadas terminadas en la zona de atención
- yy_{kht} : Enlaces desde los MGW a los MSCS (como tráfico total a controlar)
- $NMgw_{kt}^w$: MGW nuevos
- Mgw_{kt}^w : MGW totales
- Cap_{kt} : Capacidad MGW
- $CapM_{kt}$: Capacidad de MSCS
- $NMSCs_{kt}^s$: MSCS nuevos
- $MSCs_{kt}^s$: MSCS totales



Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

Función Objetivo

$$obj = \min \left[\frac{1}{1 - \rho} Inversion - \frac{\rho}{1 - \rho} Depreciacion + Gasto \right]$$

$$Inversion = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \frac{C_{kwt} NMgw_{kt}^w}{(1 + K_0)^t} + \sum_{s \in S} \sum_{h \in H} \sum_{t \in T} \frac{CM_{hst} NMSCs_{ht}^s}{(1 + K_0)^t}$$

$$Gasto = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \left[\frac{Cc_{ikt} z_{ikt}}{(1 + K_0)^t} + \sum_{l \in L} \frac{Cc_{klt} y_{klt}^i}{(1 + K_0)^t} + \sum_{j \in J} \frac{Cc_{kjt} x_{kjt}^i}{(1 + K_0)^t} + \sum_{h \in H} \frac{\lambda Cc_{kht} yy_{kht}}{(1 + K_0)^t} \right]$$

$$Depreciacion = \sum_{k \in K} \sum_{w \in W} \left[\frac{K_0 (1 - K_0)^{v_w}}{v_w \left((1 - K_0)^{v_w} - 1 \right)} \sum_{\tau=0}^{t-1} \frac{C_{kw\tau} NMgw_{k\tau}^w}{(1 + K_0)^\tau} \right]$$

$$+ \sum_{h \in H} \sum_{s \in S} \left[\frac{K_0 (1 - K_0)^{v_s}}{v_s \left((1 - K_0)^{v_s} - 1 \right)} \sum_{\tau=0}^{t-1} \frac{C_{hs\tau} NMSCs_{h\tau}^s}{(1 + K_0)^\tau} \right]$$

Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

Restricciones

- Satisfacción de la demanda de tráfico en el nodo origen

$$\forall i \in I; \forall t \in T$$
$$\sum_{k \in K} z_{ikt} = \sum_{j \in J} Dda_{ijt}$$

- Satisfacción de la demanda de tráfico en el nodo destino.

$$\forall i \in I; \forall j \in J; \forall t \in T$$
$$\sum_{k \in K} x_{kjt}^i = Dda_{ijt}$$

- Un MGW sólo puede enrutar tráfico en el caso de haber sido

$$\forall i \in I; \forall k \in K; \forall t \in T$$
$$\sum_{j \in J} x_{kjt}^i \leq \sum_{j \in J} Dda_{ijt} \sum_{w \in W} \sum_{\tau=0}^{t-1} Mgw_{k\tau}^w$$



Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

Restricciones

- Un MSCS puede controlar tráfico sólo si éste ha sido instalado

$$\forall i \in I; \forall h \in H; \forall t \in T$$

$$\sum_{k \in K} y_{kht} \leq M \sum_{s \in S} \sum_{\tau=0}^{t-1} MSC_{s_{h\tau}}$$

- Balance de tráfico en los MGW (Conmutadores).

$$\forall i \in I; \forall k \in K; \forall t \in T$$

$$z_{ikt} + \sum_{k \in K} y_{klt}^i = \sum_{l \in L} y_{klt}^i + \sum_{j \in J} x_{kjt}^i$$

- Tráfico a controlar por los MSCS.

$$\forall k \in K; \forall t \in T$$

$$\sum_{h \in H} y_{kht} = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} y_{klt}^i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{kjt}^i$$



Diseño de Red: Ubicación de Conmutadores

Restricciones

- El MGW no puede manejar más tráfico que su capacidad de conmutación.

$$\forall k \in K; \forall t \in T$$

$$\sum_{i \in I} z_{ikt} + \sum_{i \in I} \sum_{l \in K} y_{lkt}^i \leq Cap_{kt}$$

- El MCSC no puede manejar más tráfico que su capacidad de control.

$$\forall h \in H; \forall t \in T$$

$$\sum_{k \in K} y_{kht} \leq CapM_{ht}$$

- Capacidad máxima de MGW

$$\forall k \in K; \forall t \in T$$

$$Cap_{kt} \leq \sum_{w \in W} CWM_{ax}^w Mgw_{kt}^w$$

- Capacidad mínima de MGW

$$\forall k \in K; t \geq 2$$

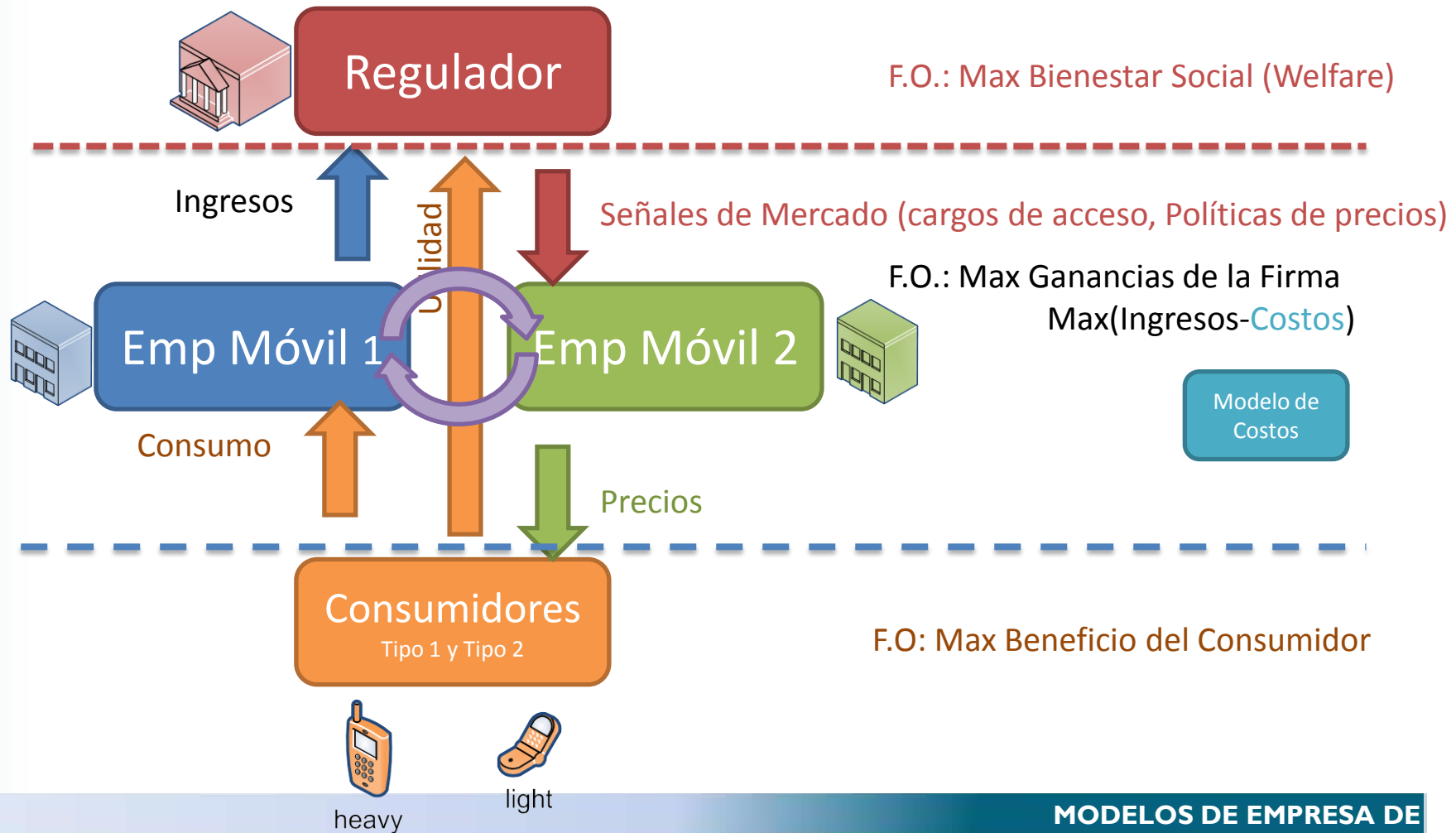
$$Cap_{kt} \geq Cap_{k,t-1} + \sum_{w \in W} CWM_{in}^w NSw_{kt}^w$$



EQUILIBRIO DE MERCADO



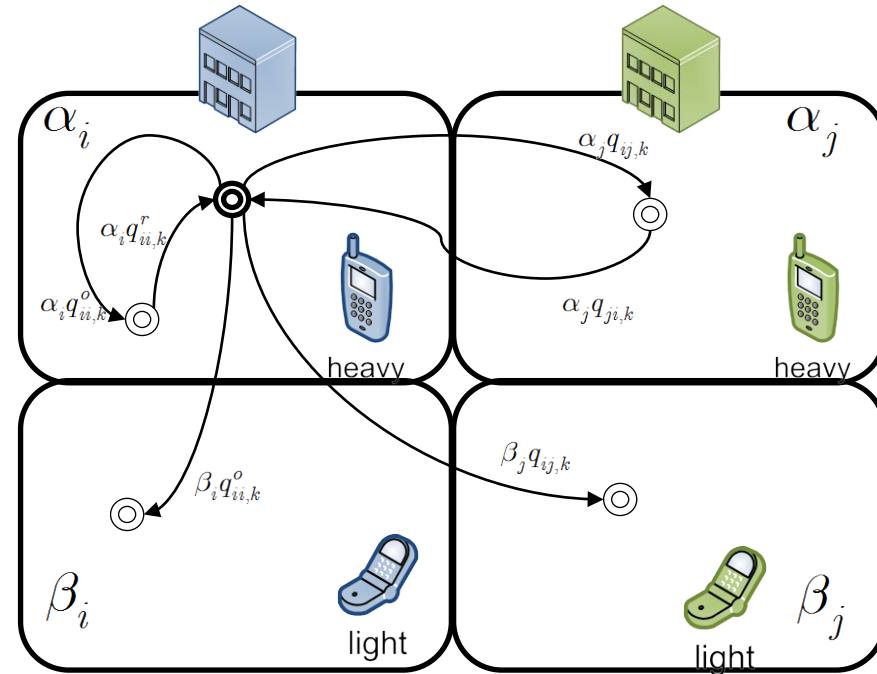
Modelo de Equilibrio de Mercado en Telecomunicaciones Móviles



EL MODELO

Utilidad y Demanda

- Empresas Modeladas=2 Móviles= I
- Servicios= $\{\text{Voz, Datos, Internet}\} = K$
- Tipos de Usuarios= $\{\text{Heavy, Light}\}$
 - Mercado heavy: α_T
 - Mercado light: β_T
- Precios:
 - Heavy: F_i^h precio fijo, $p_{ij,k}$ variable
 - Light: F_i^l precio fijo
- Utilidad (Excedente)(Hotelling dif. Vertical)

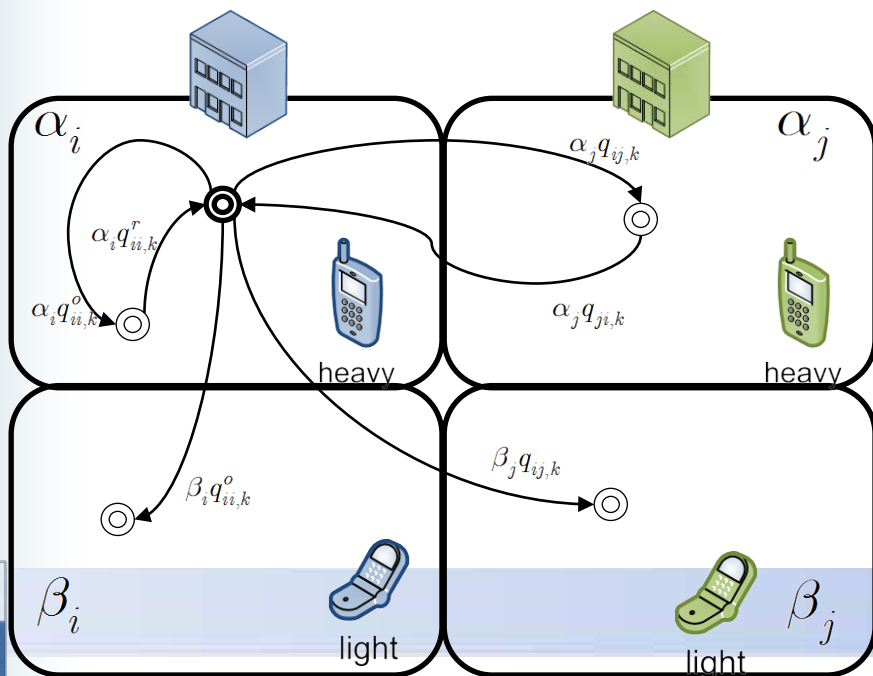


EL MODELO

Utilidad y Demanda

- Utilidad (Excedente)(Hotelling dif. Vertical)

$$U_i^l(y) = u_0 - \rho_i y - F_i^l + \alpha_i \sum_{k \in K} \gamma u_k(q_{ii,k}^r) + \alpha_j \sum_{k \in K} \gamma u_k(q_{ji,k})$$

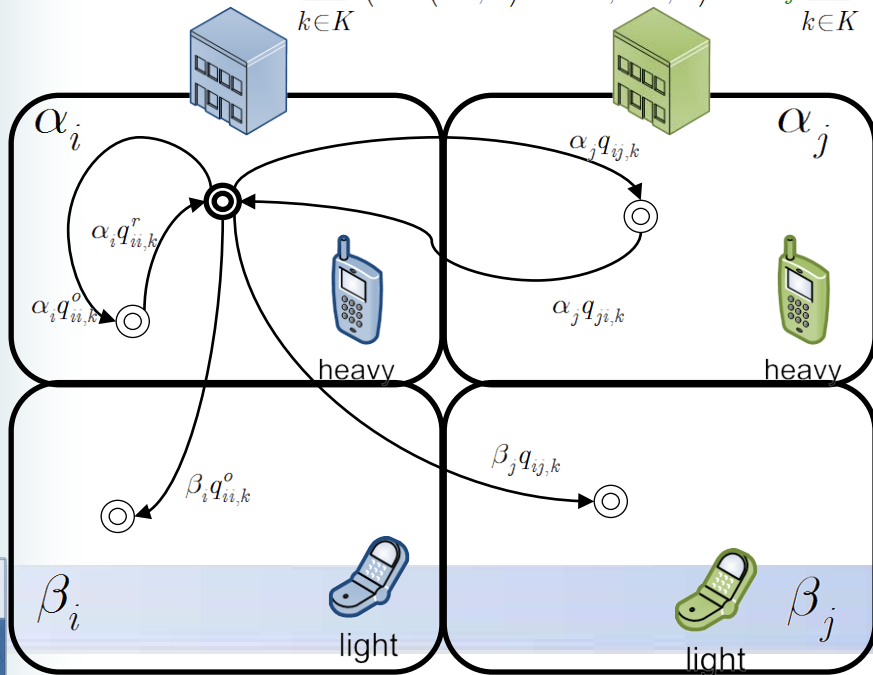
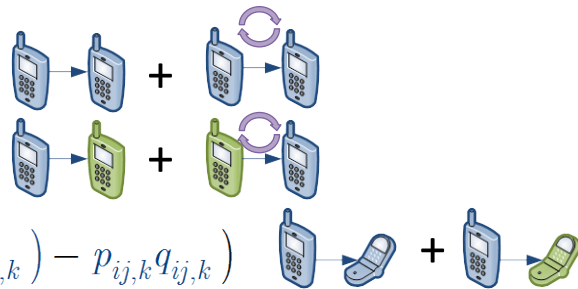


EL MODELO

Utilidad y Demanda

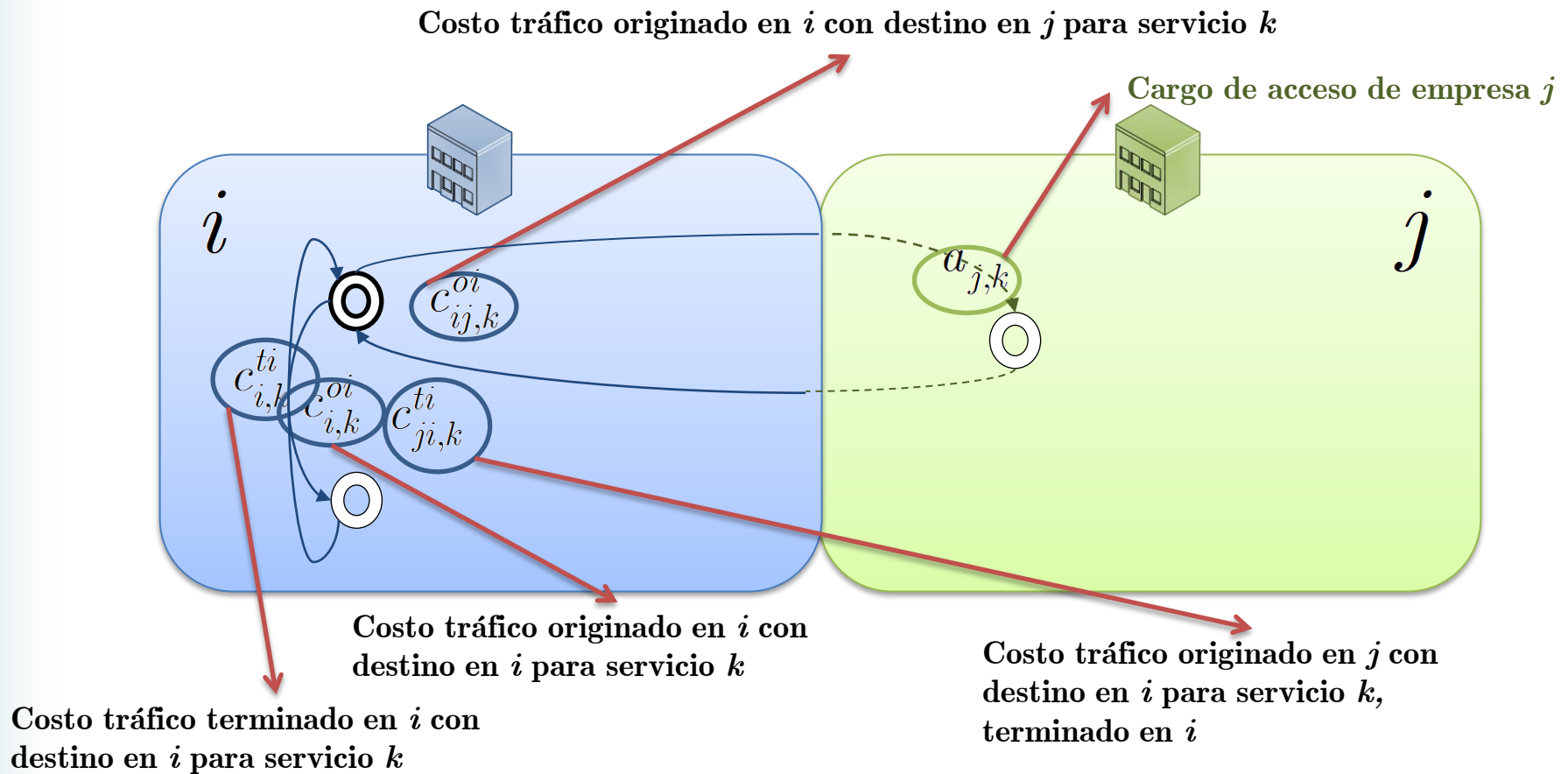
- Utilidad (Excedente)(Hotelling dif. Vertical)

$$\begin{aligned}
 U_i^h(x) = & u_0 - \rho_i x - F_i^h \quad \text{(Sad face icon)} \\
 & + \alpha_i \sum_{k \in K} (u_k(q_{ii,k}^o) - p_{ii,k} q_{ii,k}^o + \gamma u_k(q_{ii,k}^r)) \\
 & + \alpha_j \sum_{k \in K} (u_k(q_{ij,k}) - p_{ij,k} q_{ij,k} + \gamma u_k(q_{ji,k})) \\
 & + \beta_i \sum_{k \in K} (u_k(q_{ii,k}^o) - p_{ii,k} q_{ii,k}^o) + \beta_j \sum_{k \in K} (u_k(q_{ij,k}) - p_{ij,k} q_{ij,k})
 \end{aligned}$$



EL MODELO

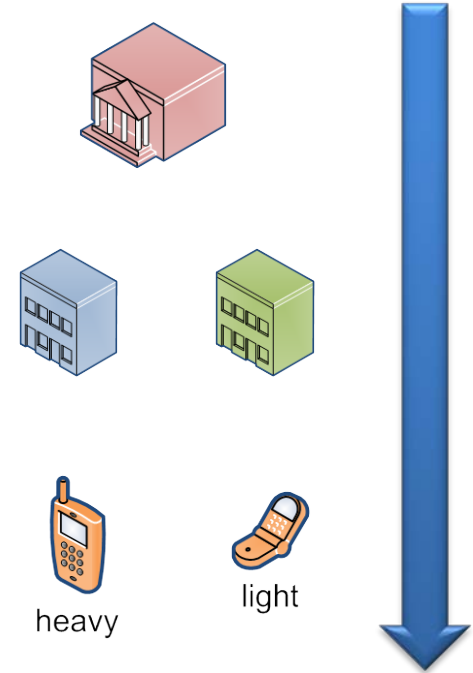
Los Costos



EL MODELO

Secuencia de Decisiones


- Timing del Juego
 - Regulador Elige los Cargos de Acceso
 - Empresas Eligen precios a Público
 - Consumidores Toman Precios y eligen consumo y empresa preferida, en un equilibrio perfecto en el subjuego



EL MODELO

Función Objetivo de los Usuarios (Consumo)

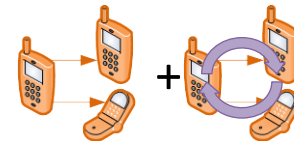
- Maximización de Excedente (Consumo)

$$v_k(p_{ij,k}) \equiv \max_q (u_k(q_{ij,k}) - p_{ij,k}q_{ij,k})$$


Donde

$$q_{ij,k} = q(p_{ij}) \equiv \arg \max_{q_{ij,k}} (u_k(q_{ij,k}) - p_{ij,k}q_{ij,k})$$

- Excedente + Externalidad de tráfico

$$h_{ij} \equiv \sum_{k \in K} [v_k(p_{ij,k}) + \gamma u_k(q_{ji,k})]$$




$$w_i^h \equiv \alpha_i h_{ii} + \alpha_j h_{ij} + \beta_i v_{ii} + \beta_j v_{ij} - F_i^h$$

Excedente Promedio *heavy*



$$w_i^l \equiv \alpha_i \gamma u_{ii} + \alpha_j \gamma u_{ji} - F_i^l$$

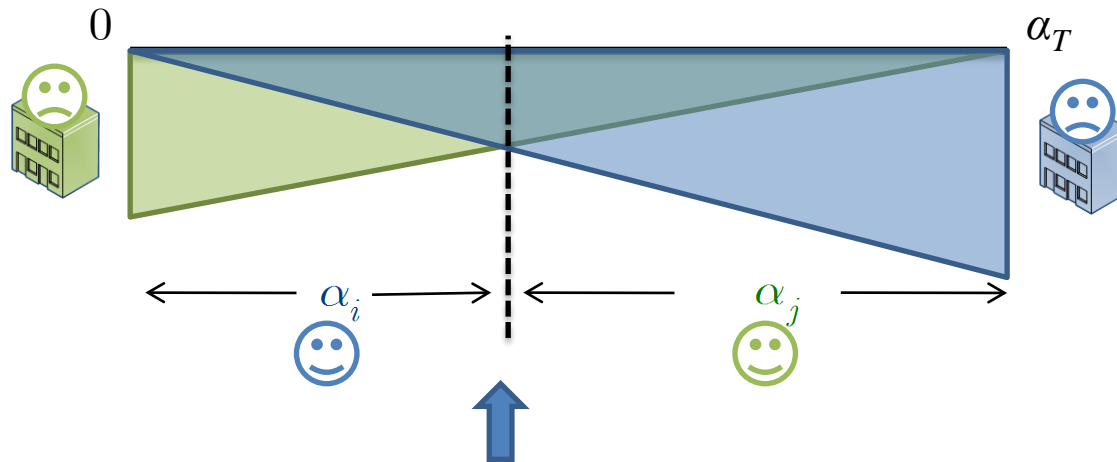
Excedente Promedio *light*



EL MODELO

Función Objetivo de los Usuarios (Elección Firma)

- Elección a Través de Hotelling de Diferenciación Vertical



$$\alpha_i = \frac{1}{\rho_i + \rho_j} (\alpha_T \rho_j + w_i^h - w_j^h)$$

- Nota Técnica: Convergencia numérica a equilibrios únicos de mercado compartido



EL MODELO

Función Objetivo de las Firmas

- Maximización de Ingresos

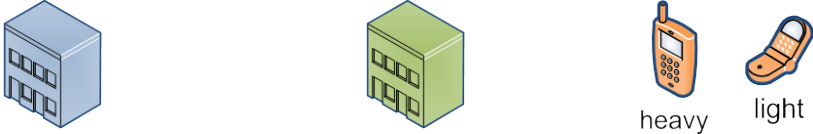
$$\max_{\vec{p}, F_i^h, F_i^l} \{\Pi_i\} = \max_{\vec{p}, F_i^h, F_i^l} \left\{ \begin{array}{l} \alpha_i \sum_{k \in K} \left[(\alpha_i + \beta_i) (p_{ii,k} - c_{i,k}^{oi} - c_{i,k}^{ti}) q_{ii,k} + (\alpha_j + \beta_j) (p_{ij,k} - c_{i,k}^{oi} - a_{j,k}) q_{ij,k} \right] \\ + \alpha_j \sum_{k \in K} \left[(\alpha_i + \beta_i) (a_{i,k} - c_{i,k}^{ti}) q_{ji,k} \right] + \alpha_i [F_i^h - f_i^h] + \beta_i [F_i^l - f_i^l] \end{array} \right\}$$



EL MODELO

Función Objetivo del Regulador

- Maximización del Bienestar Social


$$\max_{a_{i,k}, a_{j,k}} W = \max_{a_{i,k}, a_{j,k}} \left\{ \Pi_1^* (a_{1,k}, a_{2,k}) + \Pi_2^* (a_{2,k}, a_{1,k}) + CS^* (a_{1,k}, a_{2,k}) \right\}$$

Donde

$$CS = \int_0^{\alpha_1} U_1^h(x) dx + \int_{\alpha_1}^{\alpha_T} U_2^h(x) dx + \int_0^{\beta_1} U_1^l(y) dy + \int_{\beta_1}^{\beta_T} U_2^h(y) dy$$

- Concepto: *Pérdida de Bienestar Relativa*

$$PWL_n = \frac{W_{ops} - W}{W_{ops} - W_{min}}$$



Problema de la Firma

$$\max_{\vec{p}, F_i^h, F_i^l} \left\{ \begin{aligned} & \alpha_i \sum_{k \in K} [(\alpha_i + \beta_i)(p_{ii,k} - c_{i,k}^{oi} - c_{i,k}^{ti})q_{ii,k} + (\alpha_j + \beta_j)(p_{ij,k} - c_{i,k}^{oi} - a_{j,k})q_{ij,k}] \\ & + \alpha_j \sum_{k \in K} [(\alpha_i + \beta_i)(a_{i,k} - c_{i,k}^{ti})q_{ji,k}] + \alpha_i [F_i^h - f_i^h] + \beta_i [F_i^l - f_i^l] \end{aligned} \right\}$$

s.a.

$$\alpha_i = \frac{1}{\rho_i + \rho_j} (\alpha_T \rho_j + w_i^h - w_j^h) \quad \forall i \in I, \forall j \in I$$

$$\beta_i = \frac{1}{\rho_i + \rho_j} (\beta_T \rho_j + w_i^l - w_j^l) \quad \forall i \in I, \forall j \in I$$

$$w_i^h = \alpha_i \sum_{k \in K} [v_k(p_{ii,k}) + \gamma u_k(q_{ii,k})] + \alpha_j \sum_{k \in K} [v_k(p_{ij,k}) + \gamma u_k(\bar{q}_{ji,k})] - F_i^h \\ + \beta_i \sum_{k \in K} v_k(p_{ii,k}) + \beta_j \sum_{k \in K} v_k(p_{ij,k}) \quad \forall i \in I$$

$$w_i^l = \alpha_i \sum_{k \in K} \gamma u_k(q_{ii,k}) + \alpha_j \sum_{k \in K} \gamma u_k(\bar{q}_{ji,k}) - F_i^l \quad \forall i \in I$$

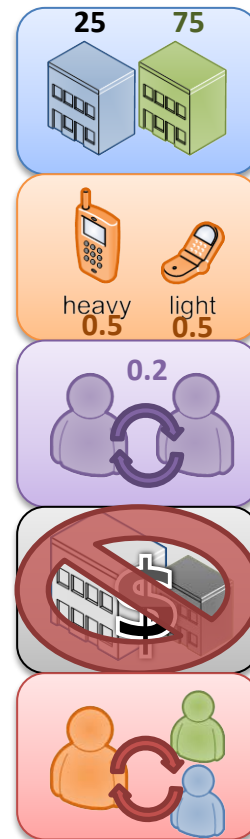
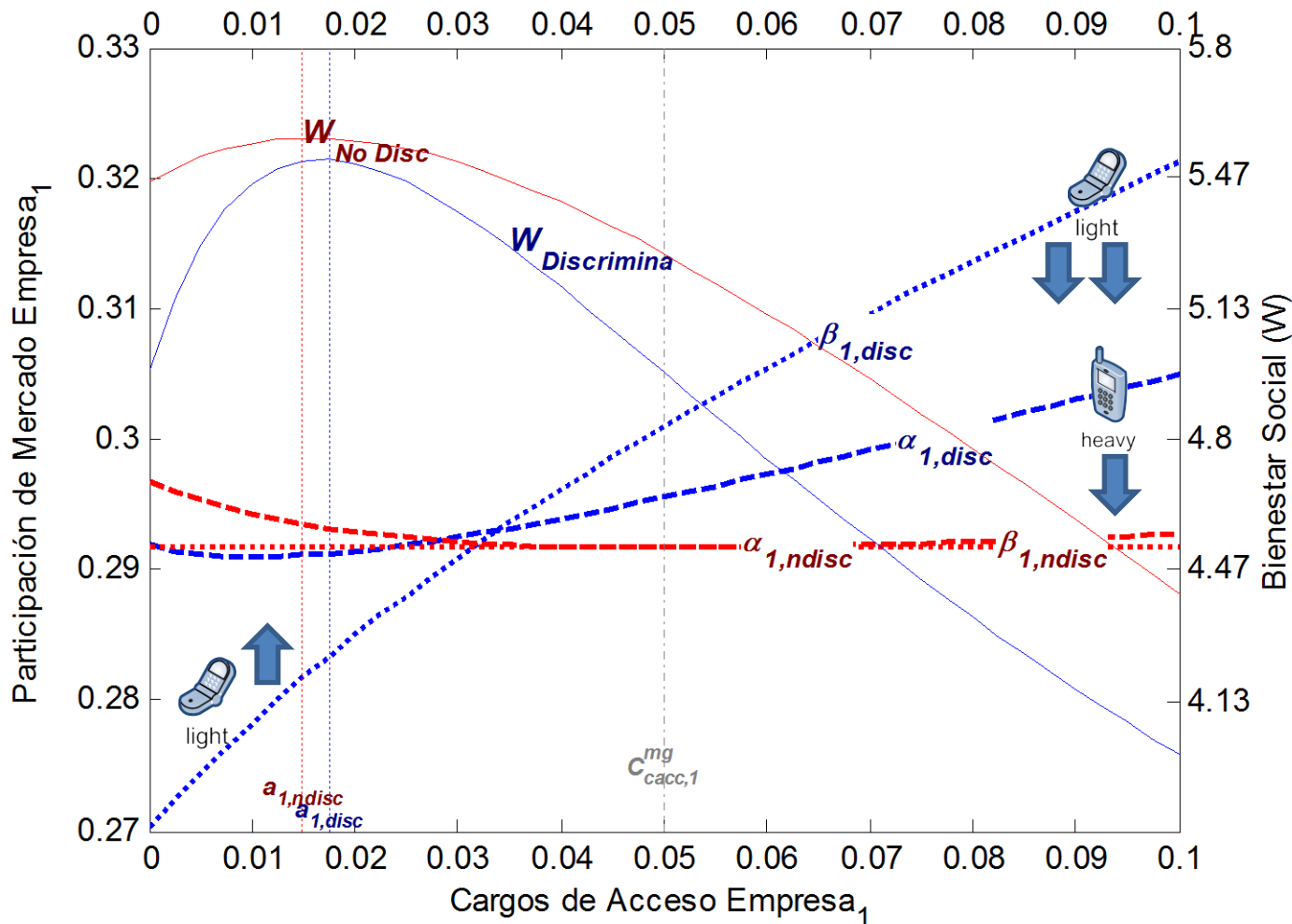
$$w_j^h = \alpha_j \sum_{k \in K} [v_k(\bar{p}_{jj,k}) + \gamma u_k(\bar{q}_{jj,k})] + \alpha_i \sum_{k \in K} [v_k(\bar{p}_{ji,k}) + \gamma u_k(q_{ij,k})] - \bar{F}_j^h \\ + \beta_j \sum_{k \in K} v_k(\bar{p}_{jj,k}) + \beta_i \sum_{k \in K} v_k(\bar{p}_{ji,k}) \quad \forall j \in I$$

$$w_j^l = \alpha_i \sum_{k \in K} \gamma u_k(\bar{q}_{jj,k}) + \alpha_j \sum_{k \in K} \gamma u_k(q_{ij,k}) - \bar{F}_j^l \quad \forall j \in I$$

$$q_{ij,k}(p_{ij}) = \arg \max_{q_{ij,k}} (u_k(q_{ij,k}) - p_{ij,k} q_{ij,k})$$

REGULACIÓN A TARIFAS FINALES

Eliminación del Diferencial de Precios





**MODELOS DE EMPRESA DE
TELECOMUNICACIONES**