INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

IN5303 – 1 Finanzas II

Profesor: José Miguel Cruz

Auxiliares: Benjamín Contesse

Carlos Lizama.

Fecha: 8 de noviembre de 2011

Auxiliar n°3: Teoría de carteras.

Pregunta 1

La siguiente tabla muestra la variación en los precios de dos activos a lo largo de 10 meses:

Día	A	B
1	235	100
2	241	102
3	239	101
4	244	96
5	245	100
6	247	105
7	254	104
8	250	109
9	258	110
10	261	103

a) Calcule el retorno mensual (logarítmico) esperado y la volatilidad de cada activo. Encuentre además la matriz de covarianza.
b) Encuentre la frontera eficiente.
c) Calcule el portafolio de mínima varianza.

Pregunta 2

Suponga una economía con N activos, donde R es el vector de retornos esperados y S la matriz de varianza covarianza de dichos retornos en 1 período. Suponga también que Q es la cartera de mínima varianza y que posee retorno r_Q.

a) Encuentre una expresión para la varianza de dicha cartera en función de los parámetros del enunciado.
b) Sea ç una cartera de la frontera de mínima varianza, con retorno $r_ç$. Calcule g y h en función de parámetros conocidos.
c) Encuentre la covarianza entre los retornos de ambas carteras.
d) ¿Qué ocurre con la frontera eficiente si se prohíben las ventas cortas? ¿Y si aumentan las correlaciones promedio entre los activos?

Pregunta 3

Sea una economía que posee N activos, de varianza no nula. Suponga que se agrega un nuevo activo que posee un retorno r_f y volatilidad nula.

a) ¿Qué nueva forma adopta la frontera eficiente? Explique.
b) Demuestre que la nueva frontera eficiente y la antigua intersectan en un solo punto. Muestre además que la nueva frontera eficiente tiene retornos mayores o iguales a la antigua.
c) Sea un activo i cualquiera. Exprese su retorno en función de los datos originales más los de la cartera encontrada en b). Interprete.

Pregunta 4

Sea $w_m = w_{\text{min-var}}$ el vector de pesos de un conjunto de activos riesgosos correspondiente al punto de mínima varianza. Sea w_τ el vector de pesos de cualquier otro portafolio en la frontera eficiente para este conjunto de activos. Defina además r_m y r_τ los retornos correspondientes para cada uno de estos portafolios, respectivamente.

i. Si existe una fórmula de la forma $\sigma_{m\tau} = \boldsymbol{A}\sigma_m^2$ donde $\sigma_{m\tau} = cov(r_m, r_\tau)$ y $\sigma_m{}^2 = var(r_m)$. Determine $\boldsymbol{A}$.
ii. Para el portafolio w_τ, existe un portafolio w_z en el set de mínima varianza (no necesariamente la frontera eficiente) que tiene un beta nulo con respecto a $w\tau$.
Si este portafolio puede expresarse como $w_z = (1-\alpha)w_m + \alpha w_\tau$. Se le pide que determine el valor de α.

Pregunta 5

a) Considere un proyecto de excavación petrolera. El precio de la acción en este proyecto es de U$800, y se espera que el precio luego de un año alcance U$1000 por acción. Sin embargo, debido a la alta incertidumbre acerca de cuanto petróleo existe realmente en el sitio de la excavación, la desviación estándar del precio de la acción se estima en σ=0.4. Por otro lado, actualmente la tasa libre de riesgo (anual) es de rf=0.1 y el premio por riesgo corresponde a un 7% anual. Además la desviación estándar de la cartera de mercado ha sido de 0.12 históricamente y el beta de las acciones del proyecto de excavación petrolera es de 0.6. ¿Cuál debiera ser el valor hoy de las acciones basado los resultados del modelo CAPM? ¿Recomendaría comprar estas acciones basado en este modelo?

b) Considere que la cartera de mercado renta un 14%, y que su volatilidad es del 20%. La tasa libre de riesgo es de un 5.5%.

i. Parametrice la Línea de Mercado de Capitales de esta economía.

ii. ¿Qué rentabilidad exigiría a una inversión que presenta una volatilidad del 25%?

iii. Con los datos que posee ¿Cómo replicaría la inversión anterior?

Pregunta 6 (sólo para fanáticos)

Sean los accionistas de una firma i, los cuales aportaron una cantidad inicial igual a P_0 a la firma con el objetivo de obtener un flujo esperado en un año más equivalente a Q_0. Si cada uno de los flujos futuros de esta empresa proviene de su operación, entonces será posible mostrar que si la firma no se encuentra maximizando su valor presente, entonces la frontera de mínima varianza de la economía podría ser potencialmente expandida. Para esto se le pide:

a. Escriba el retorno esperado por los accionistas de la firma i. Si los flujos esperados por los accionistas (Q_0) son descontados a esta tasa de descuento ¿Cuál es el valor presente de la inversión total realizada por estos? Comente.

b. Suponga que el retorno de la pregunta anterior cumple CAPM. Muestre que el beta (β) de la firma i cumple $\beta P_0 \sigma_m^2 = Cov(Q_0, r_m)$, con r_m el retorno del portafolio de mercado.

c. Escriba la inversión realizada por los accionistas como un bono cero cupón y muestre que bajo la condición de no arbitraje se debe satisfacer $P(Q_0) = \dfrac{E(Q_0) - \phi(Q_0)}{(1 + r_f)}$ donde $\phi(Q_0) = \left[\dfrac{Cov(Q_0, r_m)(E(r_m) - r_f)}{\sigma_m^2}\right]$. Interprete $\phi(Q_0)$.

d. Suponga que los administradores deciden maximizar el valor presente de la empresa, es decir $P_0 < \dfrac{E(Q_1) - \phi(Q_1)}{(1 + r_f)}$ donde Q_1 corresponde a los nuevos flujos generados. Muestre que $r(Q_1) - r_f - Cov(r(Q_1), r_m)(r_m - r_f)/\sigma_m^2 > 0$. Con $r(Q_1)$ igual al nuevo retorno de los accionistas.

e. Sea el portafolio $r_\alpha = r_m + \alpha\Delta$ donde $\Delta = r(Q_1) - r(Q_0)$ Interprete $\tan(\theta_\alpha) = \dfrac{r_\alpha - r_f}{\sigma_\alpha}$ y.

Muestre que $\left.\dfrac{d\tan(\theta_\alpha)}{d\alpha}\right|_{\alpha \to 0} > 0$. Comente.