

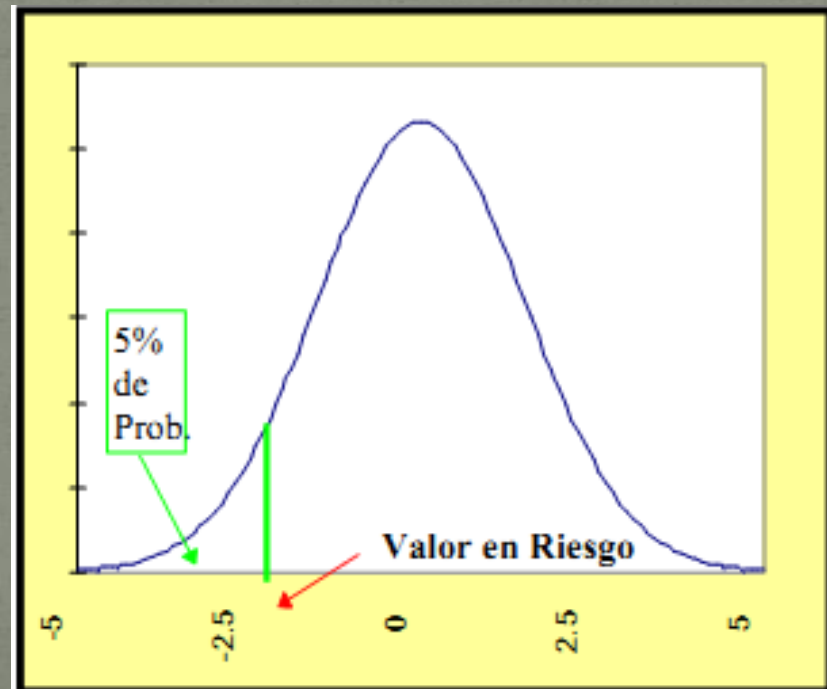
Auxiliar N°7: Value at risk

Benjamín Contesse

IN5303

Value at risk

- Máxima pérdida en el valor de un activo respecto al promedio a un nivel de confianza.



Value at risk

- Suponemos una distribución f del valor del activo.
- $\mathbb{P}(\Delta V \leq -VaR) = \alpha$
- $\int_{-\infty}^{V^*} f(x)dx = \alpha$
- $\mathbb{E}(V) - V^* = VaR$

Value at risk

- Ejemplo: precio de una acción.
- Supuesto: retornos normales.
- $VaR = k_{\alpha} V \sigma$

Value at risk

- Ejemplo: VaR de una cartera.

- $$VaR^2 = \begin{pmatrix} VaR_1 \\ \vdots \\ VaR_n \end{pmatrix}^T \rho \begin{pmatrix} VaR_1 \\ \vdots \\ VaR_n \end{pmatrix} = VI^T \rho VI =$$
$$k_\alpha^2 VP^T \begin{pmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_n \end{pmatrix} \rho \begin{pmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_n \end{pmatrix} VP$$

VaR Marginal

- Cómo cambia el VaR de la cartera si cambia el VaR de un activo.

- $$\frac{\partial VaR}{\partial VaR_i} = \frac{(\rho VI)_i}{VaR} := \delta_i$$

- $$VaR = \sum_{i=1}^n VaR_i \delta_i$$

- $$VINCR_i = VaR_i \delta_i$$

- Se puede hacer un razonamiento similar considerando los VPN de los activos de la cartera.

Mapping

- “Interpolación” de factores de riesgo: separar un factor de riesgo desconocido en dos conocidos (ej. Tasas).
- Condiciones:
- Igualdad de valores presentes: $VP(f) = \alpha VP(f_1) + (1-\alpha) VP(f_2)$
- Igualdad de varianzas (equivalente a igualar VaR)
- Igual signo.

Ejercicio N°1

- Para los efectos de esta pregunta las tasas estructuras de tasas de interés (Compuestas anualmente 30/360) valen 6% para los instrumentos en moneda pesos, 2% para los instrumentos en USD y 3% en los instrumentos en UF. El valor del tipo de cambio es 475\$/USD, el valor de la UF es 21800\$.
- Además las volatilidades diarias (medidos como retornos logarítmicos) del tipo cambio es 0,5%, el de las tasas en pesos es de 2%, el de las tasas en USD es 0,1%, y el de las tasas en UF es 4,5%.
- Las correlaciones entre tasas de una misma moneda es 0,8, mientras que todas las demás correlaciones entre factores son cero.

Ejercicio N°1

- A) Suponga que tiene un forward peso dólar, donde en 1 año más va a recibir 5 millones de dólares a un tipo de cambio de 480. Calcule el VaR de un día al 95%. Suponga que el hábitat de moneda es el peso.

Ejercicio N°1

- B) Si en su cartera tiene un FRA que vale hoy cero, y que compromete pagar un interés de 6% en un año más por un depósito a plazo de 1 año, con un notional de 10 mil millones de pesos. Calcule el VaR de 1 día al 95% de este instrumento.

Ejercicio N°2

- Considere la siguiente cartera de inversiones mapeada para sus factores de riesgo :

		(Retornos Log)		VP		
	Factor	Nivel	Vol Tasa diaria	Vol Precio diaria	Mapping M\$	VaR Marginal
F1	Dólar-\$	560	0.50%	0.50%	374	0.032
F2	Tasa 30d \$	2.30%	7.30%	-0.01%	4,311	-0.413
F3	Tasa 60d \$	2.50%	5.20%	-0.02%	2,349	-0.285
F4	Tasa 180s \$	2.90%	4.50%	-0.06%	3,452	-0.593
F5	Tasa 1 año \$	3.20%	5.21%	-0.16%	2,431	-0.833
F6	Tasa 30d USD	3.50%	3.80%	-0.01%	190	-0.267
F7	Tasa 60d USD	3.70%	4.20%	-0.02%	34	-0.308
F8	Tasa 1año USD	4.25%	3.10%	-0.13%	150	-0.185

Ejercicio N°2

- Explique claramente qué significa el signo positivo del VaR marginal del factor de riesgo 1 y el negativo del factor de riesgo 2.
- Explique cómo calcular la volatilidad precio diaria del factor 5, a partir de su volatilidad tasa. (Verifique el resultado)
- Qué factor de riesgo tiene el VaR individual mayor? Estímelo.
- Si pudiera modificar la posición (VP) de 2 factores de riesgo solamente, Qué sugeriría hacer para disminuir el riesgo total?
- Estime el VaR diario total de la cartera.

Ejercicio N°3

- Suponga una cartera de N activos, donde V representa el vector de Valor presente invertido en cada activo, y M es el monto total invertido. Suponga que S es la matriz de varianza-covarianza entre retornos mensuales de activos. Si R es el vector de retornos esperados en un horizonte de un mes, se pide:

Ejercicio N°3

- i. Muestre que para la cartera V^* , $\text{VarMarginal}_i = \text{Varmarginal}_j$ (i, j diferentes) donde los VaR Marginales se calculan con respecto al valor presente asociado a cada activo.
- ii. Suponiendo normalidad, encuentre una expresión para el VaR al 95% en un mes de esta cartera.
- iii. Encuentre una expresión para V^* el vector de valor presente que minimiza el VaR total.

Ejercicio N°3

- Suponga ahora que para la cartera anterior, ud puede invertir en un activo libre de riesgo, que rente en un mes R_f . Si suponemos que invierte una fracción a en la cartera riesgosa (es decir $(v_1+v_2+\dots+v_N)/M = a$) y $1-a$ en la cartera libre de riesgo, se pide:
 - Plantee el problema de optimización que define la frontera de mínimo VaR para un retorno esperado r_e .
 - Encuentre las condiciones de optimalidad que debe cumplir V para ser considerada una cartera de mínimo VaR.