Auxiliar N° 7

Ejercicio N°1

Para los efectos de esta pregunta las tasas estructuras de tasas de interés (Compuestas anualmente 30/360) valen 6% para los instrumentos en moneda pesos, 2% para los instrumentos en USD y 3% en los instrumentos en UF. El valor del tipo de cambio es 475$/USD, el valor de la UF es 21800$.

Además las volatilidades diarias (medidos como retornos logarítmicos) del tipo cambio es 0,5%, el de las tasas en pesos es de 2%, el de las tasas en USD es 0,1%, y el de las tasas en UF es 4,5%.

Las correlaciones entre tasas de una misma moneda es 0,8, mientras que todas las demás correlaciones entre factores son cero.

A) Suponga que tiene un forward peso dólar, donde en 1 año más va a recibir 5 millones de dólares a un tipo de cambio de 480. Calcule el VaR de un día al 95%. Suponga que el hábitat de moneda es el peso.

Factores de riesgo: Tipo de cambio peso / dólar, tasa de interés en pesos y tasa de interés en dólares.

Flujos que se reciben: USD 5 millones

Flujos que se pagan: CLP 480 * 5 millones

Valor presente de los activos: $\frac{5000000}{1+0,02} * 475 = CLP\ 2328,4\ millones$

Valor presente de los pasivos: $-480 * \frac{5000000}{1+0,06} = CLP - 2264,2\ millones$

VaR TC: $2328,4 * 0,5\% * 1,64 * 1 = CLP\ 19,093\ millones$

$$Vol_{precio}(CLP) = -2\% * \frac{1}{1,06} * 6\% = -0,113\%$$

$$Vol_{precio}(USD) = -0,1\% * \frac{1}{1,02} * 2\% = -0,002\%$$

$$VaR_{Tasa(USD)} = 2328,4 * -0,002\% * 1,64 = CLP\ -0,0749\ millones$$

$$VaR_{Tasa(CLP)} = -2264,2 * -0,113\% * 1,64 = CLP\ 4,204\ millones$$

$$VaR_{cartera} = \sqrt{VaR_{TC}^2 + VaR_{Tasa(USD)}^2 + VaR_{Tasa(CLP)}^2} = CLP\ 19,55\ millones$$

B) Si en su cartera tiene un FRA que vale hoy cero, y que compromete pagar un interés de 6% en un año más por un depósito a plazo de 1 año, con un nocional de 10 mil millones de pesos. Calcule el VaR de 1 día al 95% de este instrumento.

Notar que $-VP_{pasivo} = VP_{activo} = CLP\ 9433{,}96\ millones$

$$Vol_{precio(pasivo)} = -2\% * 6\% * \frac{1}{1{,}06}$$

$$Vol_{precio(activo)} = -2\% * 6\% * \frac{2}{1{,}06}$$

Luego,

$$VaR_{activo} = -2VaR_{pasivo} = 9433{,}96 * 0.0023 * 1{,}64 = CLP\ 35{,}030\ millones$$

$$VaR_{total} = \sqrt{VaR_{activo}^2 + VaR_{pasivo}^2 + 0{,}8 * 2 * VaR_{pasivo} * VaR_{activo}}$$

$$= CLP\ 23{,}499\ millones$$

Ejercicio N°2

Considere la siguiente cartera de inversiones mapeada para sus factores de riesgo:

			(Retornos Log)		VP	
	Factor	Nivel	Vol Tasa diaria	Vol Precio diaria	Mapping M$	VaR Marginal
F1	Dólar-$	560	0.50%	0.50%	374	0.032
F2	Tasa 30d $	2.30%	7.30%	-0.01%	4,311	-0.413
F3	Tasa 60d $	2.50%	5.20%	-0.02%	2,349	-0.285
F4	Tasa 180s $	2.90%	4.50%	-0.06%	3,452	-0.593
F5	Tasa 1 año $	3.20%	5.21%	-0.16%	2,431	-0.833
F6	Tasa 30d USD	3.50%	3.80%	-0.01%	190	-0.267
F7	Tasa 60d USD	3.70%	4.20%	-0.02%	34	-0.308
F8	Tasa 1año USD	4.25%	3.10%	-0.13%	150	-0.185

- Explique claramente qué significa el signo positivo del VaR marginal del factor de riesgo 1 y el negativo del factor de riesgo 2.
  Esto ocurre por el cambio de volatilidad tasa a volatilidad precio correspondiente al factor de riesgo. Como la elasticidad del valor presente de la exposición al factor de riesgo respecto de la magnitud de dicho factor es negativa (en este caso) se tiene el origen del signo negativo.
- Explique cómo calcular la volatilidad precio diaria del factor 5, a partir de su volatilidad tasa. (Verifique el resultado)
  Usar la fórmula de volatilidad precio correspondiente.
- Qué factor de riesgo tiene el VaR individual mayor? Estímelo.
  El factor 5. Comprobar calculando el VaR de todos los factores (1,64*VP*Volprecio)
- Si pudiera modificar la posición (VP) de 2 factores de riesgo solamente, Qué sugeriría hacer para disminuir el riesgo total?

Aumentar la posición en el factor de riesgo que tiene menor VaR marginal en módulo (factor 1) y disminuirla en el que tiene mayor VaR marginal en módulo (F5).

- Estime el VaR diario total de la cartera.

VaR total = $\sum_i VINCR_i = \sum_i VaR_i \delta_i = 8{,}292\ millones$

Ejercicio N°3

Suponga una cartera de N activos, donde V representa el vector de Valor presente invertido en cada activo, y M es el monto total invertido. Suponga que S es la matriz de varianza-covarianza entre retornos mensuales de activos. Si R es el vector de retornos esperados en un horizonte de un mes, se pide:

A) Suponiendo normalidad, encuentre una expresión para el VaR al 95% en un mes de esta cartera.

Sabemos que el VaR% (en valor absoluto) de una inversión con retornos mensuales normales es= $\mu-(\mu-1{,}64\sigma) = 1{,}64\sigma$

Donde μ es el retorno esperado en 1 mes y σ su desviación estándar mensual (en %). Luego en \$ la expresión es simplemente: VaR\$=M*1,64σ, con M el monto invertido.

Luego, reconociendo términos, $\mu=V^TR/M$, y $M\sigma$ = raiz($V^T\Sigma V$)

Por lo que VaR\$=1,64* raiz($V^T\Sigma V$)

B) Encuentre una expresión para V* el vector de valor presente que minimiza el VaR total.

V* es solución de:

Min_V 1,64* raiz($V^T\Sigma V$)

s a V^T1[1]=M

lo que equivale a

Min_V 1,64* 0,5*($V^T\Sigma V$)

s a V^T1[2]=M

[1] **1 vector de unos**

es decir V* con la condición de primer orden (que además es suficiente):

$1,64*\Sigma V^*-\lambda 1=0$

Luego, $V^*=(\lambda\Sigma^{-1}1)(/1,64)$

Donde λ se determina con la condición de $V^T1=M$, y es:

$\lambda= (1/1,64)(1^T \Sigma^{-1}R)/ (1^T \Sigma^{-1}1)$

C) Muestre que para la cartera V*, VarMarginali=Varmarginalj (i,j diferentes) donde los VaR Marginales se calculan con respecto al valor presente asociado a cada activo.

Dos maneras de responder

Por la condición de primer orden, sabemos que se cumple que el gradiente de VaR c/r a los elementos de V es cero en V*, por lo que se muestra la condición anterior.

Por otro lado si usamos la definición de VaRMarginal igual a $\Sigma V/VaR$, entonces de nuevo por la condición de primer orden, se cumple que $\Sigma V^*/VaR^*=(\lambda 1)(1/1,64)$ por lo que todos los VarMargi son iguales (con λ una constante).

Suponga ahora que para la cartera anterior, ud puede invertir en un activo libre de riesgo, que rente en un mes Rf. Si suponemos que invierte una fracción a en la cartera riesgosa (es decir $(v_1+v_2+\ldots+v_N)/M =a$) y 1-a en la cartera libre de riesgo, se pide:

D) Plantee el problema de optimización que define la frontera de mínimo VaR para un retorno esperado r_e.

El problema es minimizar (con respecto a V) $VaR(V)= 1,64*$ raiz$(V^T\Sigma V)$

Como se invierte una fracción en renta variable, entonces $\alpha = V^T1/M$ y $1-\alpha = 1- V^T1/M$

---

[2] **1 vector de unos**

Entonces la rentabilidad total esperada re (%) es igual a α por lo que se obtiene en renta variable, y (1-α) por lo que se tiene en renta fija:

En renta variable se obtendrá ($V^T R$) y en renta fija $M*(1-\alpha)*Rf = (M-V^T 1)*Rf$

Luego el problema es minimizar VaR total = 1,64* raiz($V^T \Sigma V$)

Sujeto a que lo que se invierta en renta variable y renta fija rente re, es decir

s a $M*re= (V^T R) + (M-V^T 1)*Rf$

E) Encuentre las condiciones de optimalidad que debe cumplir V para ser considerada una cartera de mínimo VaR.

El problema es igual que antes minimizar el VaR, por lo que se puede escribir que:

$Min_V\ 1,64*\ 0,5*(V^T \Sigma V)$

s a $M*re= (V^T R) + (M-V^T 1)*Rf$

V* cumple con la condición de primer orden (que además es suficiente):

$1,64*\ \Sigma V^* - \lambda(-R+1Rf)=0$

Con R y 1 vectores.

(Hasta aquí ok)

De donde podemos obtener que $V^*=(\lambda/1,64)\Sigma^{-1}(1Rf-R)$

Donde λ se determina con la condición de rentabilidad esperada.