

Auxiliar 1-Enunciado

Profesor: Fernando Ordóñez

Auxiliar: Renaud Chicoisne

Ejercicio 1.4

Large scale personal assignation Un problema recurrente en el ejército de EE. UU. es la distribución eficiente del personal. Cada mes, miles de personas del ejército se van a otra parte, y otras se vuelven disponibles para asignarles. Cada trabajo tiene características particulares y requerimientos específicos. Cada persona del personal tiene habilidades y preferencias específicas. Supongamos que ocupamos esta información para calcular la utilidad (o deseabilidad) d_{ij} de cada asignación persona i a cada trabajo j . Formular como un problema de flujo en redes el problema de optimización que asigna el personal a los puestos vacantes, y maximizando la utilidad total.

Ejercicio 1.10

Forest scheduling problem Una fábrica de papel necesita planificar las cosechas de sus bosques de una manera que maximiza la cantidad de madera cosechada. Supongamos que la empresa tiene el control de p bosques, y quiere identificar la mejor planificación durante k años. El bosque i tiene una superficie de a_i unidades. La fábrica estima que este bosque producirá w_{ij} toneladas de madera si está cosechada durante el año j . Basado en sus predicciones del mercado a futuro, la compañía estima que tiene que cosechar al menos l_j toneladas de madera durante el año j . Debido a la disponibilidad limitada de sus equipamientos y personal, la empresa no puede cosechar mas de u_j toneladas de madera durante el año j . Formular como un problema de flujos en redes el problema de determinar la cantidad de madera cosechada cada año que maximiza la cantidad de madera cortada durante los k años

Ejercicio 2.10

Dado un grafo conexo $G = (V, E)$, mostrar que dado un arco $(i, j) \in E$:

$$(V, E \setminus \{(i, j)\}) \text{ queda conectado} \Leftrightarrow (i, j) \text{ pertenece a algún ciclo de } G$$

Ejercicio 2.28

Sea $G = (N, A)$ un grafo dirigido .

Para cualquier subconjunto $S \subseteq N$, sea $vecinos(S) = \{j \in N : \exists i \in S / (i, j) \in A \wedge j \notin S\}$. Mostrar que:

$$G \text{ es fuertemente conexo} \Leftrightarrow \forall S \subset N : S \neq \emptyset, \text{ tenemos } vecinos(S) \neq \emptyset$$

Ejercicio 2.50

Mostrar como transformar un problema de flujo a costo mínimo en un problema de circulación. Establecer la

correspondencia entre las soluciones factibles de estos dos problemas. (*Hint*: Definir dos nodos adicionales y algunos arcos.)

Ejercicio 3.32

Mostrar que un *depth-first order* de una red cumple con las siguientes propiedades:

- (a) El nodo j es un descendiente del nodo $i \Rightarrow \text{order}(i) > \text{order}(j)$
- (b) Todos los descendientes de un nodo están ordenados consecutivamente según $\text{order}(\cdot)$

Ejercicio 3.50

Considerando la circulación de la figura, muestre que hay $k!$ *flow decompositions* distintas de esta circulación.

