IN7K3-1 Flujos en Redes - Verano 2011	2 de noviembre 2011

Guía 1

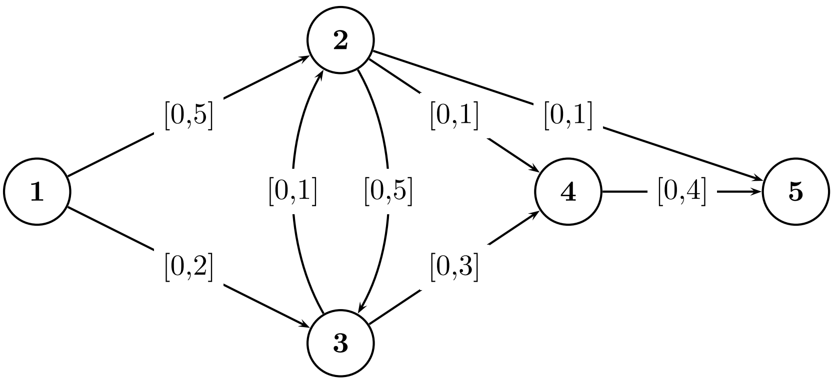
Profesor: Fernando Ordóñez — *Auxiliar: Renaud Chicoisne*

P1. Modificar el algoritmo de Dijkstra para encontrar la ruta de mayor capacidad desde un cierto origen a todo el resto de la red.

P2. Calcule el dual del problema de transporte (balanceado y sin trasbordos), y formule las condiciones de holgura complementaria.

P3. Considere una red con una origen s y un destino t. Se desea encontrar k rutas desde s a t de forma que no compartan nodos (salvo los extremos), y tales que la suma de los costos de las k rutas sea mínima. Formule este problema como un problema de flujo a costo mínimo.

P4. Considere la red de la figura, donde se indican las cotas inferior y superior para el flujo de cada arco. Aplique el algoritmo genérico de camino aumentante (*generic augmenting path algorithm*) para encontrar el máximo flujo desde el nodo $s = 1$ hasta $t = 5$. Verifique que se cumple el teorema de flujo máximo/corte mínimo en este caso.



P5. El procesador de texto TeX utiliza un procedimiento de optimización para descomponer un párrafo en varias líneas para que cuando el texto está justificado se vea bien. Si un párrafo consiste en n palabras que tienen una secuencia dada. Sea c_{ij} el atractivo de tener una línea que empiece con la palabra i y termine con la palabra $j - 1$, que son calculados por TeX. Dados los c_{ij}, formule el problema de separar el párrafo en multiples líneas de forma de maximizar el atractivo total como un problema de camino mínimo.

P6. Sea H la matríz de adjacencia nodo-nodo ($H_{ij} = 1$ si i y j son vecinos, 0 si no). Muestre que dado un grafo bipartito se pueden re-indexar los nodos de forma que la matríz de adjacencia nodo-nodo tenga la forma

$$\begin{pmatrix} 0 & F \\ E & 0 \end{pmatrix}$$

P7. Un algoritmo ejecuta 3 operaciones distintas. Las operaciones 1 y 2 se ejecutan $O(mn)$ y $O(n^2)$ veces respectivamente. El algoritmo mantiene un valor potencial ϕ que se sabe satisface $1 \leqslant \phi \leqslant n^2$. Si la operacin 1 aumenta ϕ a lo más en n, la operación 2 lo aumenta en 1 y la operación 3 lo disminuye en al menos 1 unidad, de una cota al número de operaciones 3 se puedan ejecutar.

P8. Encuentre una cota superior para el número de iteraciones que ejecutan los algoritmos siguientes: 1. Sea v^* el valor del flujo máximo, sea v el valor del flujo actual. Si una iteración del algoritmo A aumenta el flujo una cantidad $\frac{v^*-v}{m}$, cuántas iteraciones hará el algoritmo A?

2. Sean z^* y z el valor óptimo y el valor actual de una solución en la ejecución de un algoritmo de camino mínimo. Suponga que este algoritmo disminuye el valor de la función objetivo al menos $\frac{z-z^*}{2n^2}$ en cada iteración. Cuántas iteraciones hará el algoritmo?