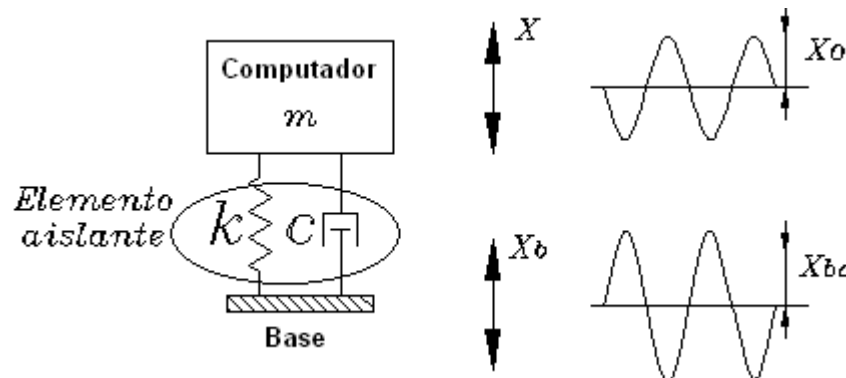


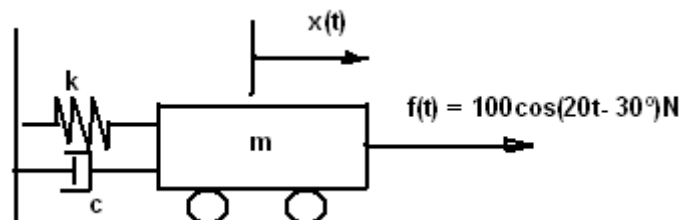
GUIA N°3 – 2010: VIBRACIONES MECÁNICAS ME4701

1.
 - i) Explique en qué casos y porqué efectuaría un aislamiento de vibraciones.
 - ii) Explique si está de acuerdo o no con la aseveración: "para el aislamiento de vibraciones de un sistema sólo se requiere utilizar un elemento elástico cualesquiera".
 - iii) El computador de la figura de masa $m = 40\text{kg}$ se quiere montar en una base que está vibrando con $x_b(t) = 0.1 \text{ sen } 10t$ (mm). Para su buen funcionamiento el computador no puede vibrar a más de $10 \mu\text{m}$.
 - 1) determine k necesario si el elemento aislante es un resorte ($\xi \approx 0$). Utilice las ecuaciones
 - 2) determine k necesario si el elemento aislante es un elastómero ($\xi = 0.2$). Utilice el gráfico de la transmisibilidad, TR.
 - iv) si para el sistema de la figura $\Omega \gg \omega_n$ la masa m no se movería a pesar que se mueve la base ¡quedaría la masa m fija en el aire! ¿Cómo explica esto físicamente?



Rpta.: iii) resorte : $k \leq 363$ (N/m)
Elastómero: $k \leq 148$ (N/m)

2. Sistema ideal sometido a diferentes excitaciones (Tome para los tres ejercicios siguientes: $k = 10^4$ (N/m); $m = 100\text{kg}$; $c = 200$ (N/m/s).



2.1 Fuerza armónica.

- a) Determine la respuesta estacionaria
- b) Determine el desplazamiento vibratorio máximo

Rpta.:

a) $x(t) = 3.3 \times 10^{-3} \cos(20t + 157^\circ) \text{ (m)}$

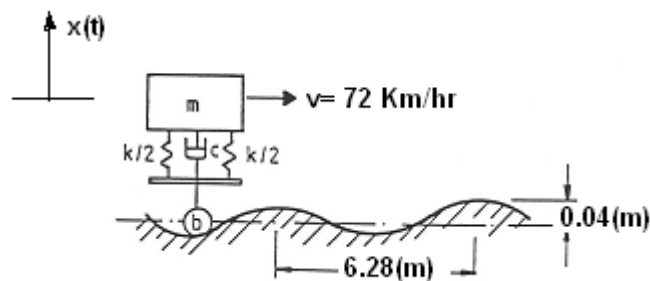
b)

máx de : $x(t) = 3.3 \times 10^{-3} (\cos 20t + 157.6^\circ) + 6.64 \times 10^{-3} e^{-t} \text{ sen}(9.95t + 3,8^\circ)$

2.2 Movimiento armónico de la base.

La figura muestra el modelo más simple de un automóvil transitando por una carretera ondulada de forma sinusoidal.

- a) En el diseño hay que determinar la aceleración sobre los pasajeros de manera que sea menor que un valor admisible dado por normas para no producir molestias en ellos. Determinar, $a_{\text{máx}}$ (estacionaria)
- b) Para el diseño del resorte se necesita saber la fuerza máxima sobre él. Determinar $F_{\text{máx}}$ sobre el resorte considerando solo la parte estacionaria. Para determinar la parte estacionaria de la respuesta use:
 - i) coordenadas absolutas $x(t)$
 - ii) coordenadas relativas a la base $x_r(t)$. Compare los resultados obtenidos.

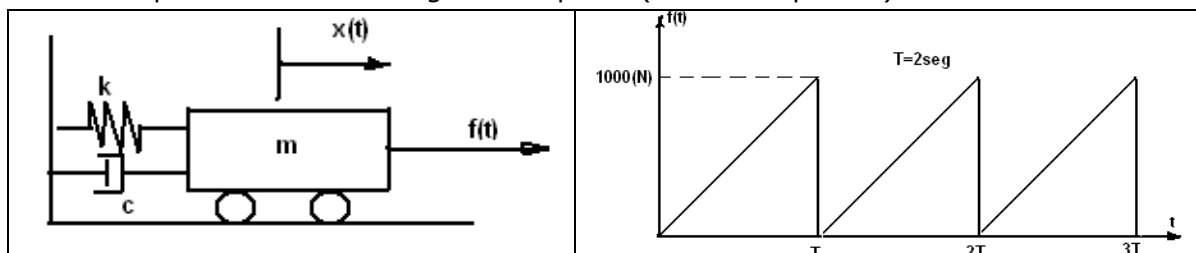


Rpta.:

0.58 (g); b) 1893 (N)

2.3 Fuerza periódica.

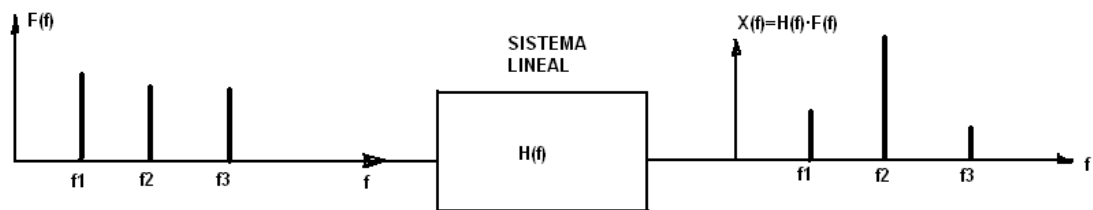
Este ejemplo es un modelo simple para el análisis dinámico del montaje de una máquina sometida a cargas de impacto (como una prensa).



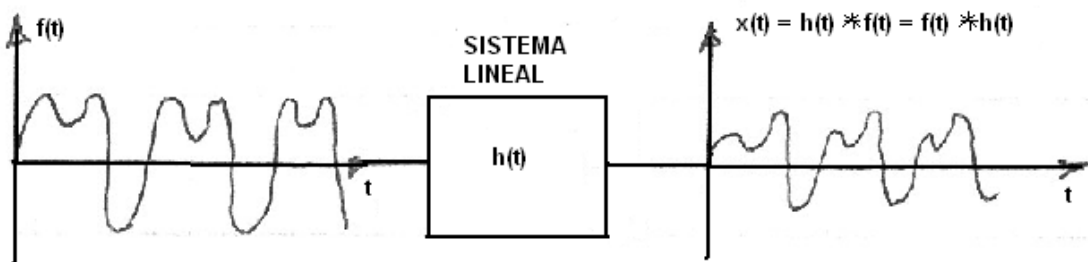
Formas de modelar un sistema lineal.

⇒ **Forma 1:** A través de la ecuación del movimiento: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$

⇒ **Forma 2:** A través de la función respuesta para obtener la respuesta estacionaria → Análisis en el dominio frecuencial o espectral

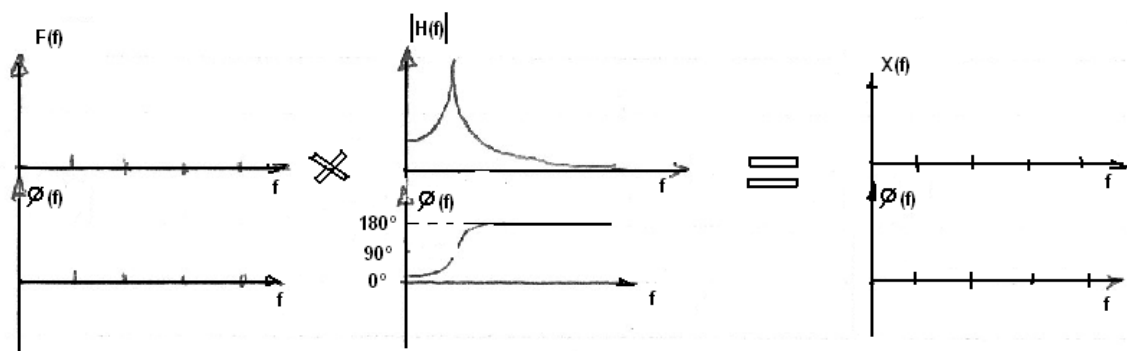


⇒ **Forma 3:** A través de la función impulsional para obtener la respuesta total → Análisis en el dominio tiempo.



Utilice la forma 2 para resolver el problema 2.3

a) Dibuje el espectro en amplitud y fase de $F(f)$, $H(f)$, $X(f)$:



b) Determine la expresión para el desplazamiento vibratorio estacionario

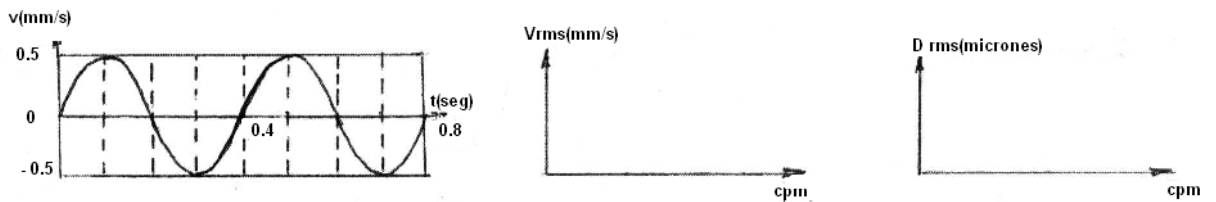
c) Determine el valor pico del desplazamiento vibratorio estacionario

d) Determine la fuerza máxima sobre el resorte

Prof. Dr MSc Eduardo Salamanca H.

Resp: b) $x(t) = 0.0352\text{sen}(\pi t + 4^\circ) + 0.0257\text{sen}(2\pi t + 11.7^\circ) + 0.0484\text{sen}(3\pi t + 59.3^\circ) + 0.0126\text{sen}(4\pi t + 156.6^\circ) + 0.042\text{sen}(5\pi t + 168^\circ) + 0.0021\text{sen}(6\pi t + 173.6^\circ) + \dots$
 c) 0.1052 m ; d) $0.1552 \cdot 10^4 \text{N}$

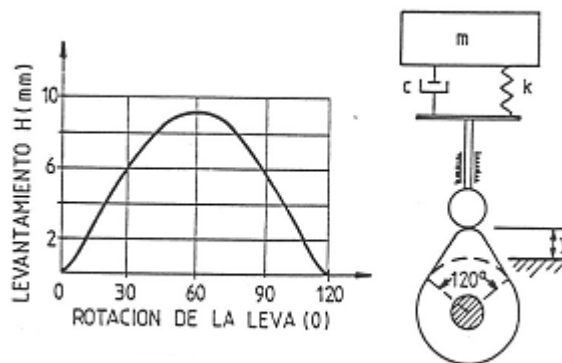
3. La figura muestra la velocidad vibratoria medida en una máquina. Dibuje el espectro vibratorio de la V_{RMS} y del D_{RMS} . Indique claramente el valor de la componente(s) y de la(s) frecuencias(s). Comente el resultado.



4. La figura representa esquemáticamente un mecanismo de leva. La leva rota a 500cpm; $k = 20\text{kN/m}$; $m = 20\text{kg}$; $\xi = 0.1$; masa del seguidor = 0. El desarrollo en serie Fourier del levantamiento que indica el gráfico es considerando los primeros 4 armónicos (observe que $y(t) = 0$ para ángulos de rotación de la leva entre 120° y 360°) es :

$$y(t) = 1.808 + 3.338 \cos(2\pi t/T - 1.055) + 2.575 \cos(4\pi t/T - 1.475) + 1.534 \cos(6\pi t/T - 3.174) + 0.494 \cos(8\pi t/T - 4.277) \text{ (mm)}$$

- i) Dibuje el espectro (en frecuencias) del levantamiento, $y(t)$.
- ii) Dibuje diagrama cuerpo libre de la masa m
- iii) Dibuje el espectro (en frecuencias) del desplazamiento vibratorio (estacionario) de la masa m . Comente los resultados obtenidos.
- iv) Determine la fuerza máxima sobre el resorte



Resp: iii) $x(t) = 1.808 + 1.983\cos(52.36t - 3.546) + 0.309\cos(104.72t - 3.865) + 0.09\cos(157.08t - 5.398) + 0.019\cos(209.44t - 6.378)$.

1) Considerando solo los primeros 4 armónicos se obtiene una exactitud adecuada 2) el valor de los armónicos va disminuyendo su valor, como se esperaba, debido a que aumenta el cociente Ω/w_n (mejora el aislamiento de las vibraciones al movimiento de la base)

iv) $< 206 \text{N}$

5 Figuras a), b), c) y d) muestran cuatro formas de vibraciones en el tiempo. Determine (dando argumentos) cual espectro 1, 2), 3), y 4) le corresponde a cada forma de vibración.

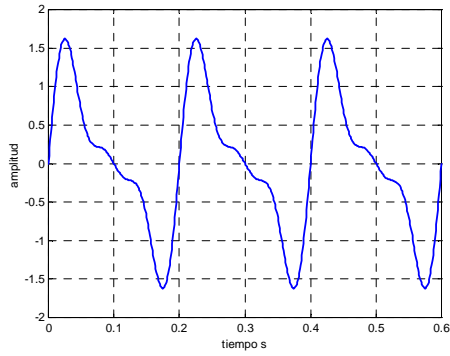


figura a)

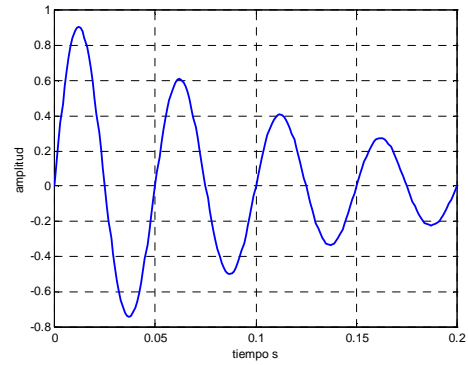


figura b)

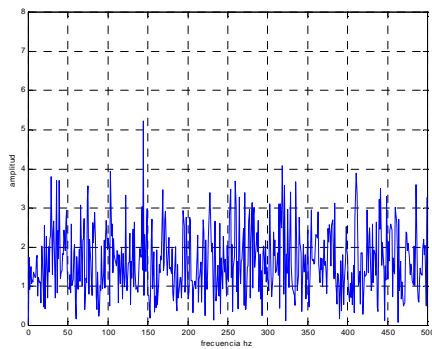


figura 1)

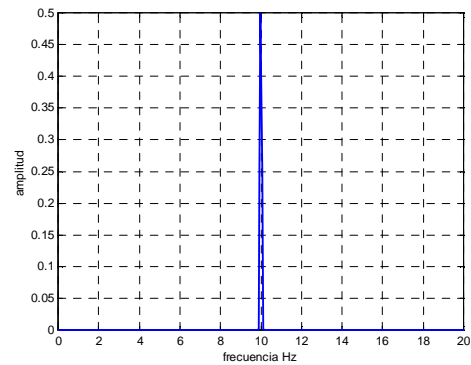


figura 2)

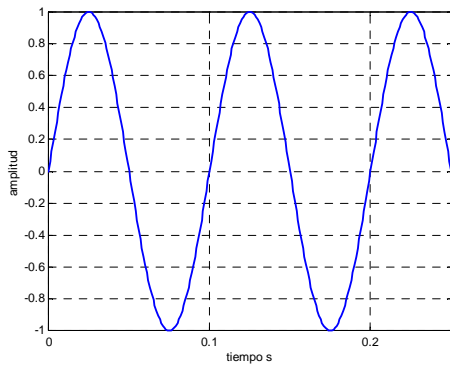


figura c)

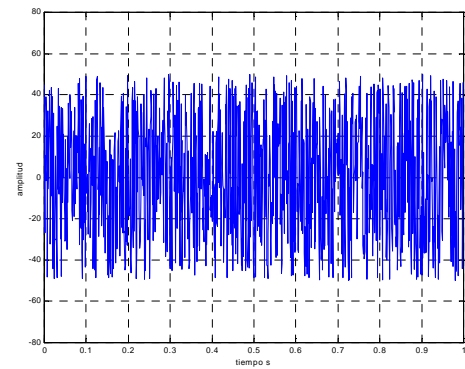


figura d)

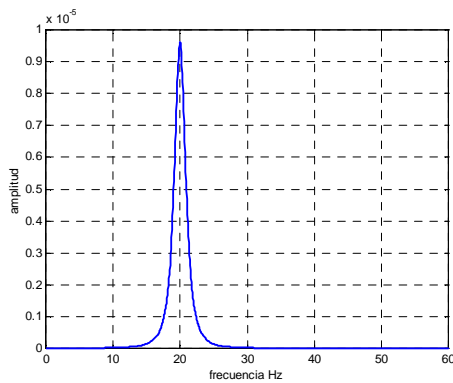


figura 3)

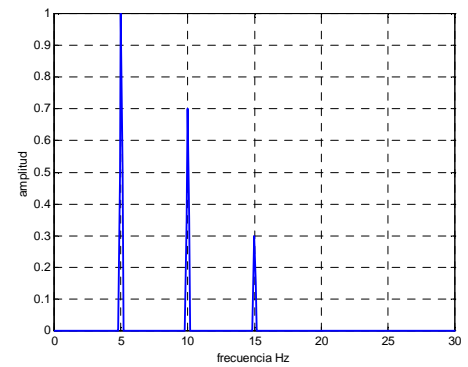


figura 4)

Resp: (a) con (4). La forma de onda de fig. a) es periódica, de periodo $T = 0.2$ s, y por lo tanto de frecuencia $f = 1/0.2 = 5$ Hz. Una vibración periódica no sinusoidal tiene varias componentes de frecuencia que son múltiplos o armónicos de 5Hz, o sea es el espectro de fig. 4.

(b) con (3). La forma de onda de fig. b) es un transiente (su valor va disminuyendo con el tiempo) de periodo $T=0.05$ seg, y por lo tanto de frecuencia $f=1/0.05 = 20$ Hz. Por ser una vibración no periódica (no se va repitiendo indefinidamente en el tiempo), su espectro es de banda ancha (las componentes no son una raya en el espectro, sino que son más anchas), o sea es el espectro de fig. 3

(c) con (2). La forma de onda de fig. c) es una sinusoidal de periodo $T=0.1$ s y $f=1/0.1 = 10$ Hz. Por lo tanto su espectro es una raya a 10 Hz, o sea fig.2)

(d) con (1). La forma de onda de fig. d) es una vibración aleatoria o ruido y su espectro por lo tanto es de forma de "pasto", o sea el espectro de fig.1).

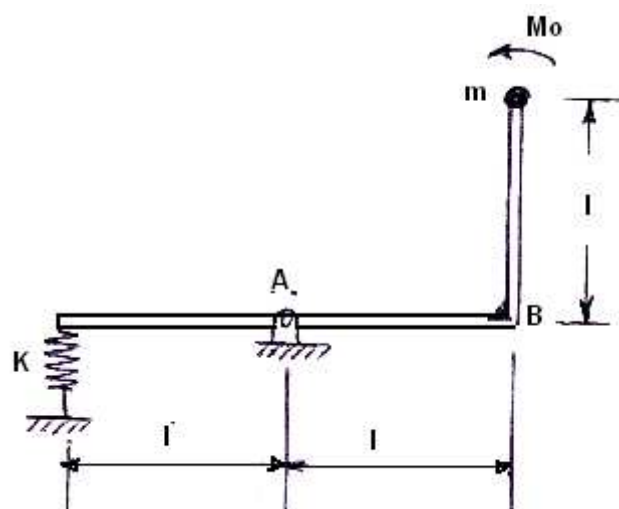
6. La figura muestra una barra rígida de largo $2l$ y masa $2m$ a la cual se ha soldado en ángulo recto una barra de largo l y masa despreciable, la cual tiene una masa m en su extremo.

a) Determine utilizando el producto de convolución el ángulo de giro de la barra $\theta(t)$ y su valor máximo cuando se le aplica en el extremo donde está la masa puntual m una cupla de momento M_0 constante.

b) Si el momento de la cupla aplicada es ahora $M_0 \text{ sen } \omega t + M_0 \text{ sen } 2\omega t + M_0 \text{ sen } 3\omega t$, con $\omega = 0.707\omega_n$:

Dibuje el espectro que mediría un sensor de desplazamiento vibratorio ubicado en el punto B de la barra (extremo derecho de ella). Considere solo las vibraciones estacionarias.

c) Determine la fuerza sobre el pasador si el momento de la cupla aplicada es ahora $M_0 \text{ sen } \omega t$, con $\omega = 0.707\omega_n$

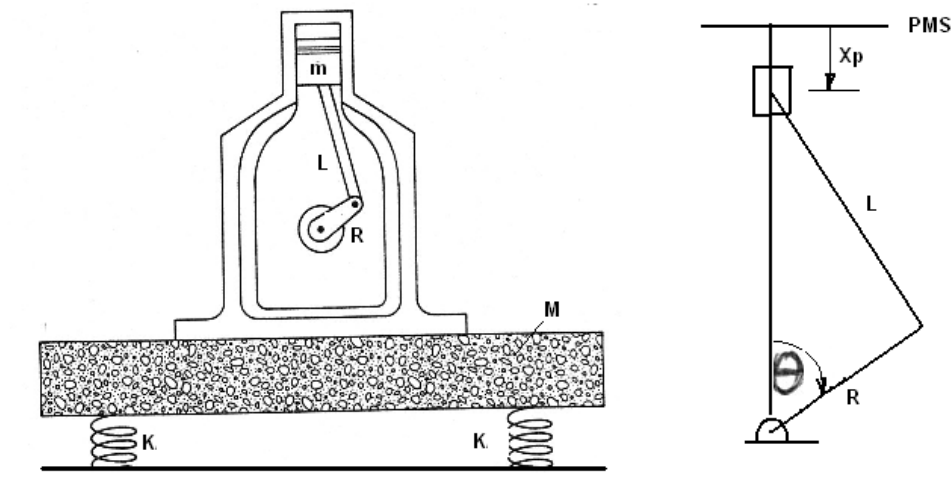


- Resp: a) $\theta_{MAX} = 2M_0/kl^2$
 b) $2 M_0/kl^2$; $-M_0/kl^2$; $-M_0/3.5kl^2$

$$c) \left(\frac{3M_0^2(\cos\omega t)^2}{4kl^2} - 3mg\text{sen}\omega t \right) \vec{e}_N + \left(\frac{-3M_0}{8l} \text{sen}\omega t + 3mg\cos\omega t \right) \vec{e}_c$$

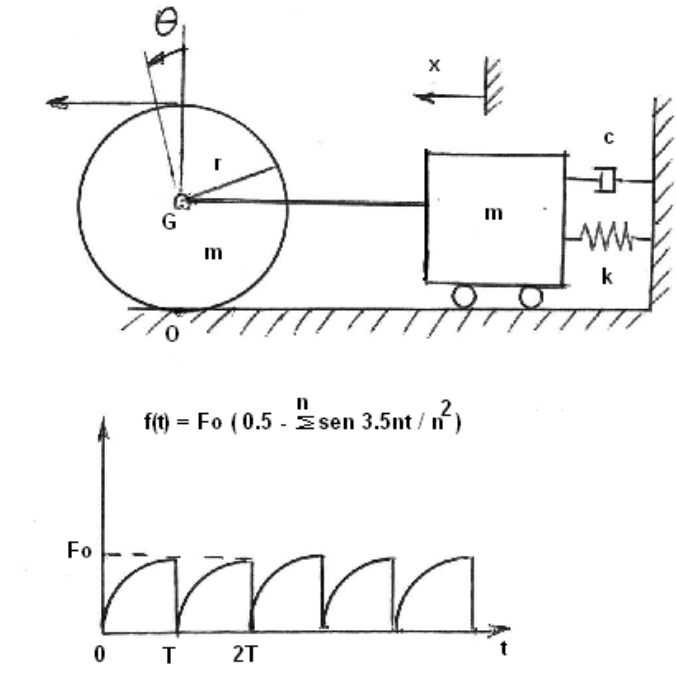
7. La figura muestra un gran bloque de concreto de masa $m = 350\text{kg}$ sobre 4 resortes iguales de rigidez 89000N/m c/u y sobre el cual va montado un motor de combustión interna de un cilindro. El motor rota a 1000rpm . La masa equivalente recíproca es $m=0.8\text{kg}$ (considera la masa del pistón, del pasador y la parte equivalente de la biela). Las masas rotatorias equivalentes están completamente balanceadas. El volante es suficientemente grande para considerar que el torque entregado por el motor es constante.
- a) Determine el valor máximo del desplazamiento vibratorio vertical (estacionario) si $L= 100\text{mm}$ y $R= 36\text{mm}$.
- b) Explique con palabras (sin ecuaciones), si considera adecuada la rigidez de los resortes respecto al aislamiento de vibraciones.

$$X_p = R(1 - \cos\theta) + \frac{R^2}{4L} (1 - \cos 2\theta)$$



- Rpta: a) máx de $90.7\text{sen}104.7t + 9.5\text{sen} 209.4t$ (μm)
 b) Si. Transmisibilidad de la fuerza primaria: $TR \approx 0.08$; transmisibilidad de la fuerza secundaria: $TR \approx 0.03$; consideradas aceptables. Se puede disminuir la transmisibilidad, pero generaría una deflexión estática inaceptable (deflexión estática actual $\approx 1\text{cm}$).
8. La figura muestra un esquema de un sistema de un carro de masa m que va unido rígidamente a un cilindro de masa m , que rueda sin deslizar sobre el que actúa una fuerza $f(t)$
- a) Determine las ecuaciones del movimiento del sistema.
- b) Si la fuerza $f(t)$ es periódica como se indica en la figura, dibuje las primeras cuatro componentes del espectro del desplazamiento vibratorio (indique el

valor de cada una de ellas en ambos ejes). $F_0 = 1000 \text{ N}$; $m = 10 \text{ Kg}$; $k = 10000 \text{ N/m}$; $c = 120 \text{ N/m/s}$. Considere solamente las vibraciones estacionarias.



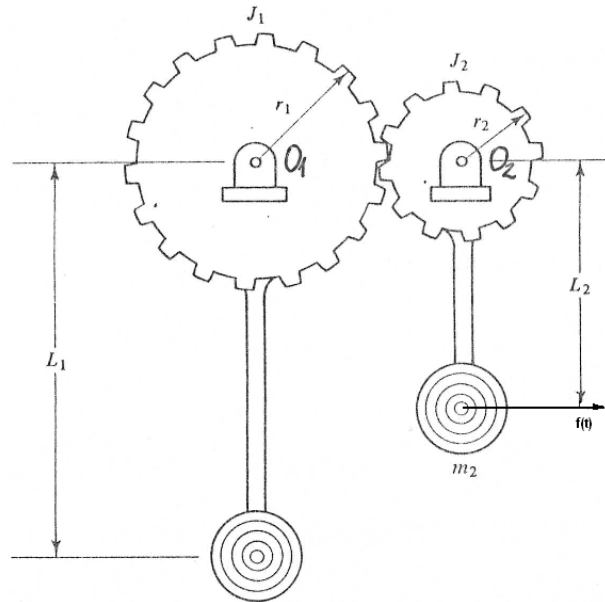
Rpta: a) $12.5 \ddot{x} + 60 \dot{x} + 5.000x = f(t)$
 b) 0.1 ; 0.206 ; 0.056; 0.020(m) para $f= 0 ; 3.5 ; 7 ; 10.5 \text{ rad/s}$

- 9.
- Para el sistema ideal no amortiguado dibuje el gráfico de espectros respuesta cuando sobre el actúa una fuerza transiente tipo escalón de valor F_0 y tiempo de aplicación t_0 . Use en el eje vertical la magnitud adimensional $X_{\text{máx}}/ X_{\text{est}}$ y en el eje de las abscisas: t_0/T_n (entre 0 y 3)
 - ¿cuál es la utilidad práctica de este gráfico para el ingeniero?
 - ¿Cómo está definido $h(t)$? ¿cuál es su utilidad práctica?
 - Deduzca $h(t)$ para el sistema ideal
 - Explique en qué casos se requiere utilizar el producto de convolución.
 - ¿Cuándo una fuerza puede considerarse una fuerza de impacto o impulsiva? ¿simplifica los cálculos considerar la fuerza como impulsiva?
10. La figura muestra dos ruedas que engranan. Cada una de las ruedas tiene solidario a ella una masa puntual unida por una barra de masa despreciable.
- Determine las ecuaciones del movimiento utilizando la segunda ley de Newton. Dibuje los diagramas de cuerpo libre de cada rueda.
 - Determine el ángulo de giro máximo de la rueda 1(de la izquierda) y en el tiempo que ocurre, cuando sobre la masa m_2 actúa durante **15 seg** la fuerza $f(t) = 100 \text{ sen } 0.01t \text{ N}$. Considere : $r_1 = 0.2 \text{ m}$; $r_2 = 0.1 \text{ m}$; $L_1 = 1$

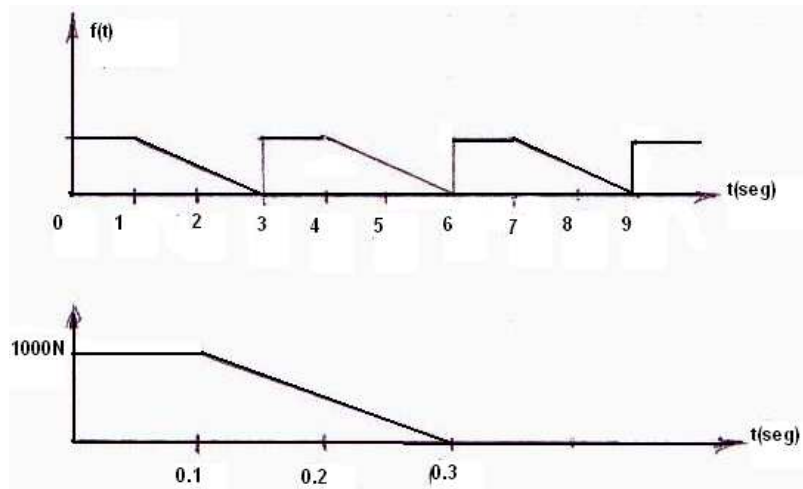
$m ; ; L_2 = 0.5 \text{ m} ; m_1 = 40 \text{ Kg} ; m_2 = 20 \text{ Kg} ; J_1 = 20 \text{ Kg m}^2 ; J_2 = 10 \text{ Kg m}^2 ; g = 10 \text{ m/s}^2 .$

Resp:

- a) $6.6\ddot{\theta}_1 + 60\theta_1 = 0.1f(t)$
- b) 0.025 rad, para $t=15,022s$



11. i) Al sistema ideal se le aplica la fuerza indicada en la figura superior. Dibuje el espectro de las vibraciones estacionarias. Incluya todas las magnitudes numéricas que pueda de acuerdo a los datos indicados. Explique por qué el espectro tiene dicha forma.
- ii) Sobre el sistema ideal actúa la fuerza indicada en la figura inferior. Determine la fuerza máxima sobre el resorte. $m = 100 \text{ kg} ; k = 10^4 \text{ N/m} ; c = 400 \text{ N/m/s} .$



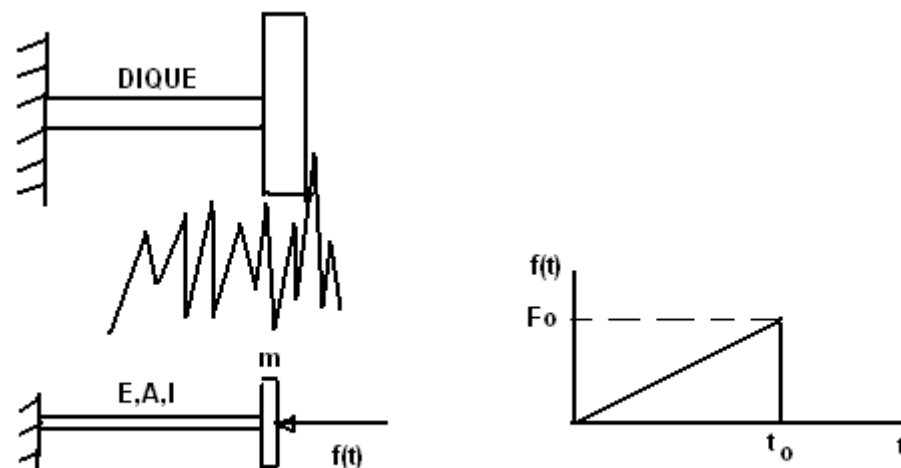
Resp: i) componentes a 0, 0.33, 0.66, 1, 1.33Hz La fuerza es periódica, por lo que de acuerdo a Fourier tiene múltiplos de la frecuencia fundamental. Como el

sistema es lineal, las frecuencias de la vibración estacionaria son a la misma frecuencia que las fuerzas.

ii) 1500N

12. La figura representa un modelo simple para analizar el efecto de las fuerzas de las olas $f(t)$ sobre un dique.

- Determine $x(t)$ para $0 \leq t \leq t_0$ (use el producto de convolución)
- Para $E = 10^9$; $A = 0.1$; $I = 1$; $F_0 = 10^5$; $C = 0$; $m = 10^4$ (unidades MKS); $t_0 = T_n/16$:
 - determine $x(t)$ para $t \geq t_0$ utilizando el resultado de a).
 - determine el máximo esfuerzo sobre la barra.
 - Determine $x(t)$ para $t \geq t_0$ considerando ahora que la fuerza es de impacto
- Compare los resultados. ¿puede considerar a $f(t)$ una fuerza de impacto?, ¿qué ventaja presenta esto en el cálculo?



Resp:

$$a) \quad x(t) = \frac{F_0}{m\omega_n^2} \left(\frac{t}{t_0} - \frac{\sin \omega_n t}{t_0 \cdot \omega_n} \right) \quad 0 \leq t \leq t_0$$

$$b) \quad i) \quad x(t) = 1.96 \times 10^{-4} \sin(100t + 7.5^\circ) (m) \quad t \geq t_0$$

$$ii) \quad 1.96 \times 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

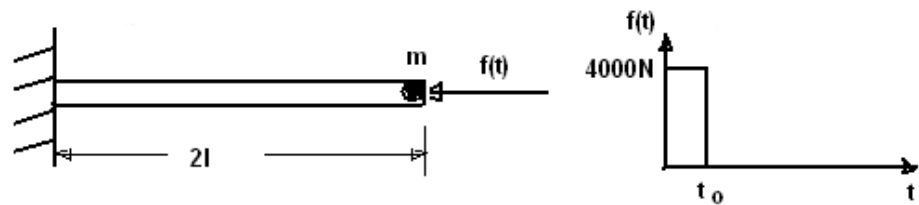
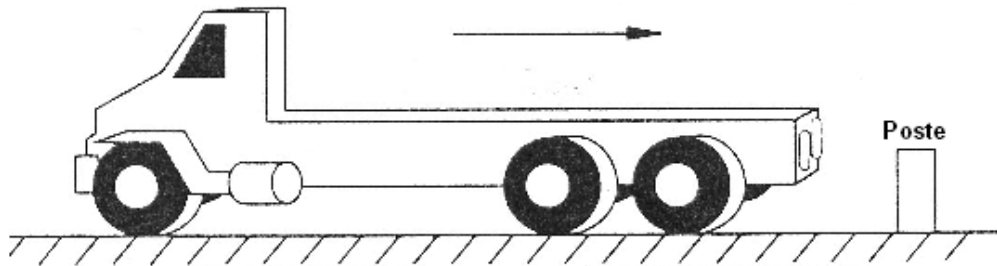
$$iii) \quad x(t) = 1.96 \times 10^{-4} \sin 100(t-t_0); \quad \sigma_{\max} = 1.96 \times 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$c) \quad \text{Si pues } t_0 < \frac{T_n}{2}. \text{ Se simplifican mucho los cálculos.}$$

13. Al retroceder el camión de la figura impacta un poste, lo que genera la fuerza impulsiva de 4000(N) sobre el chasis del camión. Como la masa de la cabina es

mucho mayor que la del chasis, este último se puede modelar como una viga empotrada. Para el análisis, considere la masa de la barra $m=200(\text{kgr})$ concentrada en el extremo libre, $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $I = 3\text{m} ; 10^{-4}\text{m}^2$. Determine el esfuerzo máximo sobre la barra para dos casos:

- i. si $t_0 = 10^{-3}(\text{seg.})$
- ii. si $t_0 = 0.4(\text{seg.})$



14. La figura representa un estanque de masa 200kg soportado por una barra de acero estructural de diámetro 5 cm y largo 1m. Si existe un terremoto de intensidad igual al terremoto de "El Centro" en dirección horizontal, determine si la estructura sufre daño.



15. Que estrategia de mantenimiento, preventiva o predictiva, utilizaría para definir el momento de realizar el cambio de rodamientos de una máquina. Explique por qué.

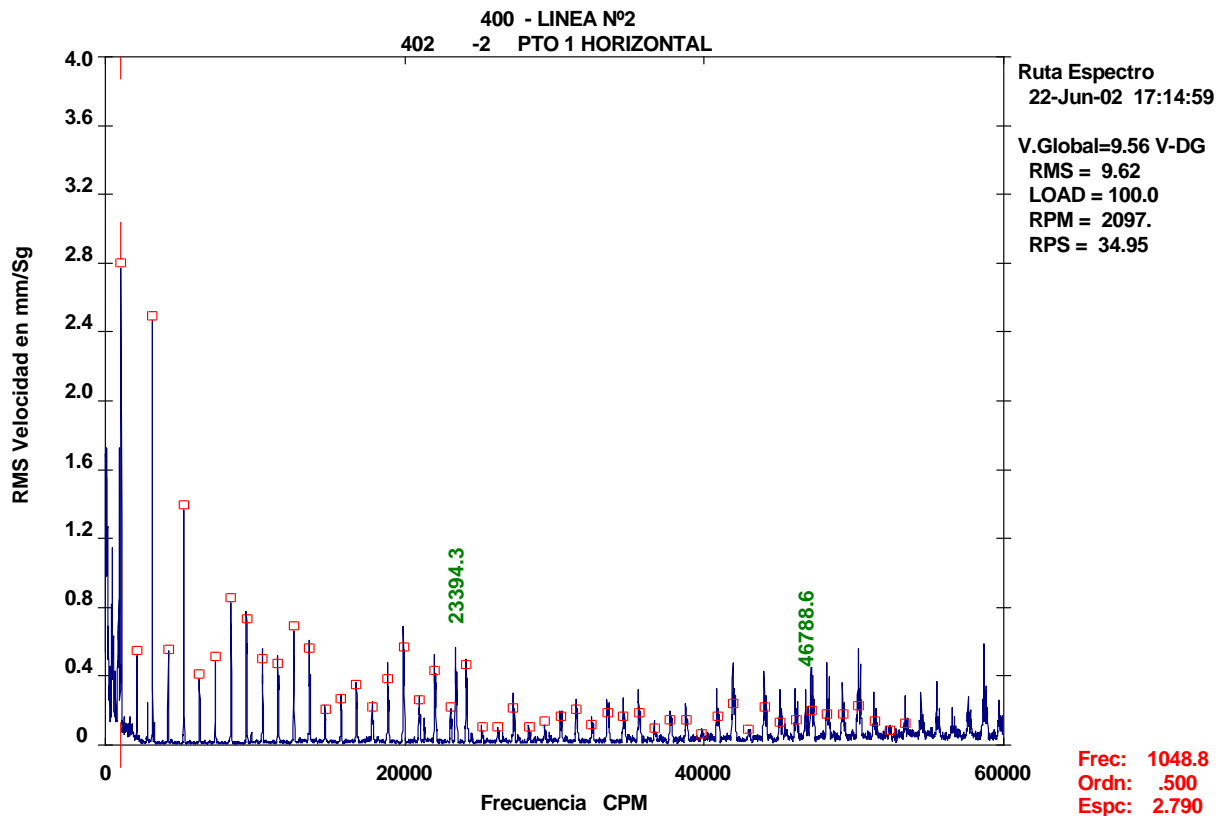
Prof. Dr MSc Eduardo Salamanca H.

Resp: Una estrategia de mantenimiento preventivo no es eficaz para los rodamientos, debido a que la vida de ellos es muy aleatoria, aún para el caso de máquinas que trabajan en condiciones de operación muy estables.

16. a) Determinar la vida que se espera que alcancen el 90% de los rodamientos de bolas de un motor eléctrico los cuales están sometidos cada uno a una carga de 1780 lb. La capacidad de carga del rodamiento es 8800 lb. La velocidad de rotación es 400cpm.
- b) Determinar la vida que se espera que alcancen el 95% de los rodamientos anteriores
- c) Determine en cuanto disminuye la vida si el desalineamiento entre motor y máquina aumenta la carga en los rodamientos en un 50%. ¿qué verifica comparando los resultados de a) y c)?

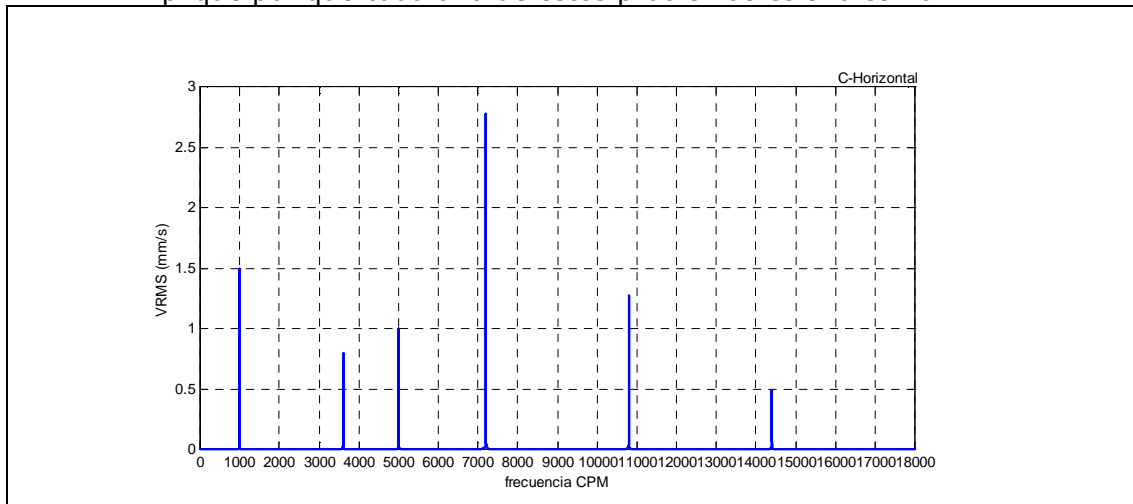
Resp: a) 5.000 hr , b) 3.100 hr , c) 1.481 hr, que la vida de los rodamientos disminuye significativamente con la carga que actúa sobre ellos

17. El espectro mostrado en la figura fue tomado en un motor diesel de cuatro tiempos que gira a 2096 cpm.
 Todas las componentes marcadas con los cursores son múltiplos de 1048 cpm.
 ¿Son normales estas componentes para el motor?



- Resp: Si. 1) Las explosiones y por lo tanto la periodicidad de las excitaciones en un motor de 4 tiempos es cada dos vueltas, o con frecuencia a RPM/2
- 2) La excitación es periódica por lo tanto tiene varios múltiplos de dicha frecuencia

18. Bomba de 5 alabes que gira a 1000(cpm).
- ¿cuáles vibraciones son normales a la bomba
 - ¿cuál es la falla más probable que genera las vibraciones anormales?:
 - Desbalanceamiento
 - Rodamiento picado
 - Cavitación
 - Flujo turbulento
- Explique por qué cada una de estos problemas es sí o es no



Respuesta:

- Componentes normales para esta unidad:
 - 1000cpm = 1X debido al desbalanceamiento residual
 - 5000cpm = 5X debido a las pulsaciones de presión
- Componentes anormales: 3.600; 7.200; 10.800 y 14.400 cpm, las cuales son múltiplos o armónicos de 3.600cpm = 3,6X. Estas vibraciones con:
 - frecuencias no un múltiplo entero de los RPM
 - con múltiplos o armónicos que indican que es una vibración periódica (serie de Fourier) , generada por una fuerza periódica, es entonces debido a rodamientos picados
 - desbalanceamiento no es, pues esto genera una vibración armónica de frecuencia a 1X
 - cavitación y turbulencias no son, pues en ambos casos se genera una vibración aleatoria (espectro de banda ancha o de "pasto")

19. La figura muestra una fuerza periódica que actúa sobre una máquina (podría ser el ejemplo de una prensa). Dibuje el espectro vibratorio que espera obtener en ella si la máquina tiene en una zona resonante aproximadamente a 1300cpm y una zona anti-resonante (zona donde la máquina responde con muy bajos niveles vibratorios) a aproximadamente 2200cpm.

