

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

E.T.S. Ingenieros Industriales 3^{er} curso

Curso 2004-2005

PRÁCTICAS DE MECÁNICA DE FLUIDOS

PÉRDIDAS DE CARGA

ÍNDICE

1. Introducción teórica
2. Descripción de la instalación e instrumentación.
3. Definición de objetivos y rutina experimental.
4. Exposición de resultados.
5. Bibliografía.

Área de Mecánica de Fluidos

Octubre 2004

PÉRDIDAS DE CARGA

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA.

El flujo de un líquido en una tubería viene acompañado de una pérdida de energía, que suele expresarse en términos de energía por unidad de peso de fluido circulante, que se denomina **pérdida de carga** y que tiene dimensiones de longitud.

Estableciendo la ecuación de energía entre dos secciones de una tubería (Primer Principio de Termodinámica: $Q-W=\Delta E$), se tiene:

$$Q - (W_{\text{eje}} + W_{\text{viscosidad}} + W_{\text{flujo}}) = m \left(\frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \hat{u}_2 \right) - m \left(\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \hat{u}_1 \right) \quad (1)$$

Considerando proceso adiabático ($Q=0$), sin trabajo técnico entre las dos secciones ($W_{\text{eje}}=0$), y teniendo en cuenta que para el flujo de líquidos, se puede suponer flujo incompresible ($\rho=\text{cte}$) y sin variación de energía interna ($\hat{u}_1=\hat{u}_2$), y además en régimen estacionario en una tubería de sección constante, la velocidad media no se modifica en cada sección ($v_1=v_2$); con todo lo anterior se tiene:

$$-(W_{\text{viscoso}} + W_{\text{flujo}}) = mg(z_2 - z_1) \quad (2)$$

El trabajo de flujo entre las dos secciones, viene determinado por:

$$W_{\text{flujo}} = p_2 V_2 - p_1 V_1 = p_2 \frac{m}{\rho} - p_1 \frac{m}{\rho} = m \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad (3)$$

Al trabajo consumido por los esfuerzos viscosos, se le suele denominar energía perdida ($W_{\text{viscoso}} = E_p$). Al término de energía perdida por unidad de peso se le denomina *pérdida de carga* h_p , que con las consideraciones anteriores tiene la expresión:

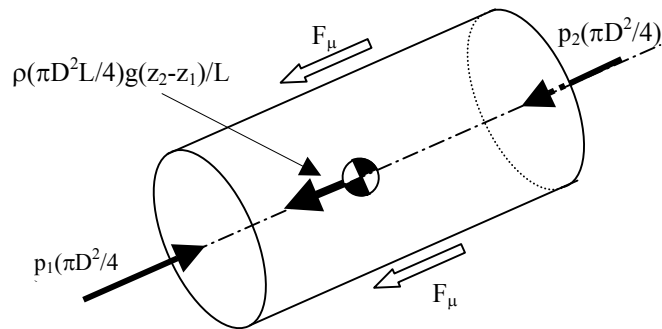
$$h_p = \frac{E_p}{mg} = (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (4)$$

En el caso de tuberías horizontales, la pérdida de carga se manifiesta como una disminución de presión en el sentido del flujo.

La pérdida de carga esta relacionada con otras variables fluidodinámicas según el tipo de flujo, laminar o turbulento. Además de las *pérdidas de carga lineales* (a lo largo de los conductos), también se producen *pérdidas de carga singulares* en puntos concretos como codos, ramificaciones, válvulas, etc.

1.1. Pérdidas lineales.

Las pérdidas lineales son las producidas por las tensiones viscosas originadas por la interacción entre el fluido circundante y las paredes de la tubería. En un tramo de tubería de sección constante la pérdida de carga, además de por un balance de energía como lo anteriormente desarrollado, se puede obtener por un *balance de fuerzas* en la dirección del flujo: fuerzas de presión + fuerzas de gravedad + fuerzas de rozamiento viscoso = 0; lo que lleva a la ecuación:



$$E_p = F_\mu L = \rho \frac{\pi D^2}{4} L g \left[(z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right] = mg \left[(z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right] \Rightarrow$$

$$h_p = (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (5)$$

Las características de los esfuerzos cortantes son muy distintas en función de que sea flujo laminar o turbulento. En el caso de *flujo laminar*, las diferentes capas del fluido discurren ordenadamente, siempre en dirección paralela al eje de la tubería y sin mezclarse, siendo el factor dominante en el intercambio de cantidad de movimiento (esfuerzos cortantes) la viscosidad. En *flujo turbulento*, en cambio, existe una continua fluctuación tridimensional en la velocidad de las partículas (también en otras magnitudes intensivas, como la presión o la temperatura), que se superpone a las componentes de la velocidad. Este es el fenómeno de la *turbulencia*, que origina un fuerte intercambio de cantidad de movimiento entre las distintas capas del fluido, lo que da unas características especiales a este tipo de flujo.

El tipo de flujo, laminar o turbulento, depende del valor de la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas, es decir del *número de Reynolds Re*:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{VD}{\mu/\rho} = \frac{(4Q/\pi D^2)D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu} \quad (6)$$

en donde: ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad media, D es el diámetro de la tubería, μ es la viscosidad dinámica o absoluta del fluido, ν es la viscosidad cinemática del fluido y Q es el caudal circulante por la tubería. Cuando $Re < 2000$ el flujo es laminar. Si $Re > 4000$ el flujo se considera turbulento. Entre $2000 < Re < 4000$ existe una zona de transición.

En **régimen laminar**, los esfuerzos cortantes se pueden calcular de forma analítica en función de la distribución de velocidad en cada sección (que se puede obtener a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes), y las *pérdidas de carga lineales* h_{pl} se pueden obtener con la llamada ecuación de **Hagen-Poiseuille** (realizaron ensayos sobre flujo laminar hacia 1840), en donde se tiene una dependencia lineal entre la pérdida de carga y el caudal:

$$h_{pl \text{ laminar}} = \frac{32 \mu L v}{\rho g D^2} = \frac{128 \mu L}{\rho g \pi D^4} Q \quad (7)$$

En **régimen turbulento**, no es posible resolver analíticamente las ecuaciones de Navier-Stokes. No obstante, experimentalmente se puede comprobar que la dependencia entre los esfuerzos cortantes y la velocidad es aproximadamente cuadrática, lo que lleva a la ecuación de **D'Arcy-Weisbach**:

$$h_{pl} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \dots = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{L}{D^5} Q^2 \quad (8)$$

en donde **f** es un parámetro adimensional, denominado *factor de fricción* o *factor de D'Arcy*, que en general es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa de la tubería: **f=f(Re,ε_r)**.

En *régimen laminar* también es válida la ecuación de D'Arcy-Weisbach, en donde el factor de fricción depende exclusivamente del número de Reynolds, y se puede obtener su valor:

$$f_{laminar} = \frac{64}{Re} \quad (9)$$

En *régimen turbulento* el factor de fricción depende, además de Re, de la **rugosidad relativa**: **ε_r=ε/D**; en donde **ε** es la rugosidad de la tubería, que representa las alturas promedio de las irregularidades de la superficie interior de la tubería. Según pusieron de relieve **Prandtl** y **von Karman**, esa dependencia está determinada por la relación entre la rugosidad y el espesor de la subcapa límite laminar, que es la zona de la capa límite turbulenta, directamente en contacto con la superficie interior de la tubería; en esta subcapa las fuerzas viscosas son tan grandes frente a las de inercia (debido al alto gradiente de velocidad) que el flujo en ella es localmente laminar. Cuando el espesor de la subcapa límite laminar es grande respecto a la rugosidad, la **tubería** puede considerarse **lisa** y el factor de fricción sólo depende del número de Reynolds, según la expresión empírica (Prandtl, 1935):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (10)$$

Para números de Reynolds grandes (**régimen turbulento completamente desarrollado**) la importancia de la subcapa límite laminar disminuye frente a la rugosidad, y el coeficiente de fricción pasa a depender sólo de la rugosidad relativa (von Karman, 1938):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon_r}{3,7} \right) \quad (11)$$

Colebrook y **White** (1939) combinaron las ecuaciones de von Karman y de Prandtl, y propusieron una única expresión para el factor de fricción que puede aplicarse en todo el **régimen turbulento**:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon_r}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (12)$$

Esta ecuación tiene el inconveniente de que el factor de fricción no aparece en forma explícita, y debe recurrirse al cálculo numérico para su resolución. No obstante, en un principio sin la herramienta del cálculo numérico, **Moody** desarrolló un diagrama que lleva su nombre, a partir de la ecuación de Colebrook, en donde se muestra una familia de curvas de isorugosidad relativa, con las que se determina el factor de fricción a partir de la intersección de la vertical del número de Reynolds, con la isocurva correspondiente.

1.2. Pérdidas singulares.

Las pérdidas singulares son las producidas por cualquier obstáculo colocado en la tubería y que suponga una mayor o menor obstrucción al paso del flujo: entradas y salidas de las tuberías, codos, válvulas, cambios de sección, etc. Normalmente son pequeñas comparadas con las pérdidas lineales, salvo que se trate de válvulas muy cerradas. Para su estimación se suele emplear la siguiente expresión:

$$h_{ps} = \xi \frac{v^2}{2g} = \dots = \xi \frac{8}{g\pi^2 D^4} Q^2 \quad (13)$$

donde h_{ps} es la pérdida de carga en la singularidad, que se supone proporcional a la energía cinética en valor promedio del flujo; la constante de proporcionalidad, ξ es el denominado **coeficiente de pérdidas singulares**.

Otra forma de cálculo es considerar el efecto de las pérdidas singulares como una longitud adicional de la tubería. Por comparación de las ecuaciones (8) y (13), la *longitud equivalente* se relaciona con el coeficiente de pérdidas singulares mediante:

$$L_e = \xi \frac{D}{f} \quad (14)$$

Existen nomogramas, como el proporcionado en el anexo II, que permiten estimar las longitudes equivalentes para los casos de elementos singulares más comunes, en función del diámetro de la tubería. En realidad, además del diámetro, la longitud equivalente depende del coeficiente de fricción, pero éste no se suele contemplar en esos nomogramas, por lo que el cálculo es sólo aproximado.

1.3. Combinación de tuberías.

En una instalación de transporte de fluidos, pueden encontrarse tuberías acopladas en serie, en paralelo o como una combinación de ambas. En las *tuberías en serie*, el caudal que circula por ellas es el mismo, y la pérdida de carga total es suma de la de cada una, por lo que se puede considerar como una única tubería cuyo término resistente es la suma de los términos individuales. Se define resistencia de una tubería al factor que multiplicado por el cuadrado del caudal nos da la pérdida de carga:

$$k = f \frac{L}{D^5} \frac{8}{\pi^2 g} \quad (15)$$

$$h_{p \text{ total}} = \sum_i h_{p i} = \left(\sum_i k_i \right) Q^2 \quad (16)$$

Cuando dos o más tuberías se colocan en paralelo, el caudal circulante total es la suma de los caudales individuales, pero la pérdida de carga entre los extremos es la misma para todas las tuberías. Las ecuaciones que rigen las tuberías en paralelo son:

$$Q_{\text{total}} = \sum_i Q_i \quad (17)$$

$$h_p = k_1 Q_1^2 = k_2 Q_2^2 = \dots = k_i Q_i^2 \quad (18)$$

2. DESCRIPCIÓN DE LA INSTALACIÓN.

La instalación en la que se lleva a cabo esta práctica es un banco de ensayos preparado con fines docentes (fig. 1), que contiene muchos de los elementos típicos que se suelen encontrar en un sistema de bombeo real. También se dispone de instrumentos para la medida de las pérdidas de carga y del caudal. A continuación se enumeran todos los elementos:

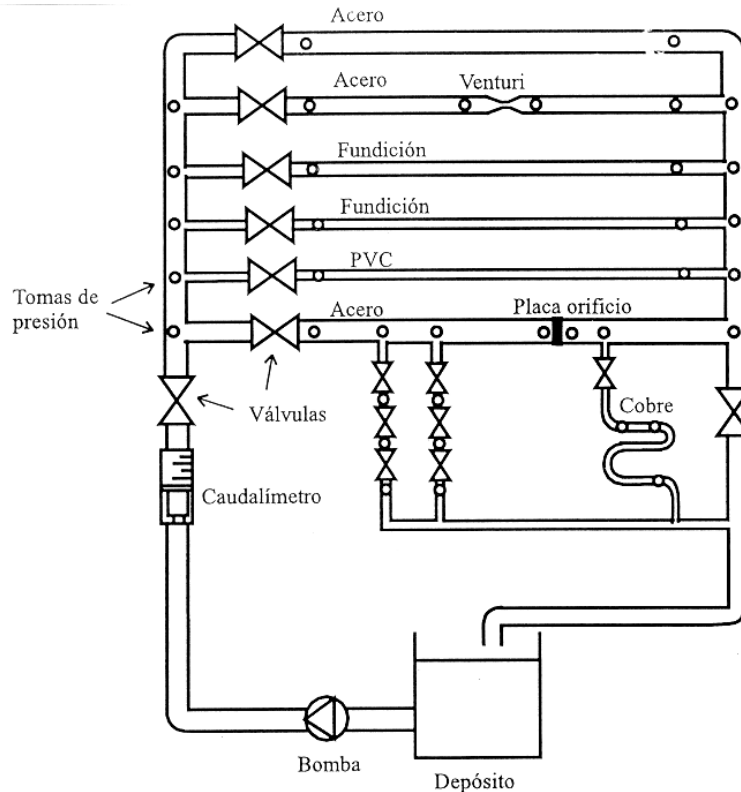


Figura 1: Banco de ensayos de pérdidas de carga

Tuberías: son de diferentes materiales: acero, cobre, policarbonato; con diferentes diámetros y longitudes; y colocadas en combinaciones de serie y paralelo.

Válvulas: hay válvulas de varios tipos: compuerta, esfera, mariposa. Su misión es, en unos casos, abrir o cerrar el paso de fluido por los diferentes tramos y en otros regular el caudal circulante.

Bomba: una bomba centrífuga proporciona la energía necesaria para que circule por la instalación. Esta energía se disipa en los distintos elementos del sistema.

Depósito: la instalación funciona en circuito cerrado, de manera que la bomba aspira agua de un depósito, y tras hacer un recorrido determinado vuelve al mismo.

Elementos singulares: existen en la instalación ciertos elementos que provocan pérdidas singulares. En algunos casos son elementos necesarios: válvulas, codos, uniones en "T", etc. También se ha incluido algún elemento con fines didácticos, para poder determinar la pérdida de carga singular que produce; es el caso de varias válvulas de distintos tipos.

Medidores de caudal: uno de los instrumentos que se utiliza para la medida del caudal es un **caudalímetro de eje vertical**; en él un contrapeso cilíndrico puede ascender por una guía vertical, debido a la fuerza de arrastre de la corriente, hasta una altura que es proporcional al caudal circulante gracias a la forma troncocónica del conducto interno del caudalímetro. Una escala graduada permite leer directamente el valor del caudal. La escala es específica para líquidos de densidad 1 g/l y viscosidad 1 cP.

Otro instrumento para la medida del caudal es la **placa orificio**, que consiste en la inserción en la tubería, concéntricamente, de un disco con un agujero central. Esta placa produce una disminución de la presión a su través debido al aumento de energía cinética (por reducción de sección de paso) y sobre todo a las pérdidas de carga singulares; la disminución de presión en la placa orificio es proporcional al

cuadrado del caudal circulante. Por tanto, midiendo la caída de presión a través de la placa orificio se puede determinar el caudal circulante; para lo que previamente se necesita calibrar la placa, es decir, conocer el factor de proporcionalidad entre el caudal y la raíz cuadrada de las pérdidas de carga. Este es uno de los ejercicios que se proponen más adelante.

Una tercera forma de medir el caudal es mediante un elemento singular denominado *Venturi*, que consiste en un estrechamiento de la tubería seguido de un ensanchamiento progresivo hasta el diámetro inicial. Su principio de operación es idéntico al de la placa orificio (aunque con menos pérdidas de carga): tras la necesaria calibración previa, el caudal se determina midiendo la diferencia de presión entre la entrada al Venturi y la zona del estrechamiento.

Manómetro: la pérdida de carga entre dos puntos de la instalación se mide con un manómetro piezométrico de columna de líquido en “U” conectado entre los dos puntos. El líquido que contiene el manómetro es mercurio, y la escala graduada permite una precisión de 1 mm. La pérdida de carga en metros de columna de agua (el líquido que circula por la instalación) entre dos secciones situadas a la misma cota geométrica y con el mismo diámetro, viene dada por la expresión:

$$h_p = \frac{\rho_{\text{mercurio}} - \rho_{\text{agua}}}{\rho_{\text{agua}}} \frac{\Delta h}{1000} \quad (19)$$

en donde: h_p es la pérdida de carga en metros de columna de agua
 ρ_{mercurio} es la densidad del mercurio = 13555 kg/m³
 ρ_{agua} es la densidad del agua = 1000 kg/m³
 Δh es la diferencia de cotas leída en la columna de mercurio del manómetro, en mm

3. OBJETIVOS Y RUTINA EXPERIMENTAL.

A continuación se describen los objetivos de esta práctica y la manera de llevarlos a cabo.

3.1. Variación de la pérdida de carga con el caudal.

Se trata de medir la pérdida de carga entre dos secciones de la instalación para diferentes valores del caudal circulante y de observar la relación existente entre Q y h_p . Según lo expuesto esta relación es lineal si el flujo es laminar y aproximadamente parabólica si el flujo es turbulento. La pérdida de carga se mide con el medidor de presión diferencial del tubo en “U” (ec. 19) y el caudal con el caudalímetro vertical.

3.2. Pérdidas lineales y rugosidad.

Debe determinarse la pérdida de carga entre dos puntos de una tubería separados cierta distancia, y sin que exista entre ellos ningún elemento singular. Con los valores de Q y de h_p se puede calcular el valor del coeficiente de fricción f , utilizando la ecuación de D’Arcy-Weisbach (8). Con los valores de f y de Re (se puede calcular a partir del caudal (6)), se puede obtener la rugosidad relativa, o bien de la ecuación de Colebrook (12), o bien se entra en el diagrama de Moody por la abscisa del Re y la ordenada de f y el punto de intersección marca la curva de isorugosidad. Una vez obtenido el valor de la rugosidad relativa, es inmediato determinar el valor de la rugosidad ($\varepsilon = \varepsilon_r D$).

La viscosidad cinemática del agua (necesaria para calcular el Re) es aproximadamente de 1cSt, es decir 10⁻⁶ m²/s.

Repitiendo este ejercicio para las diferentes tuberías, se puede calcular la rugosidad de los distintos materiales empleados en el banco de ensayos.

3.3. Pérdidas singulares.

En este caso se trata de medir las pérdidas de carga que producen diferentes elementos singulares presentes en la instalación: codos, válvulas, etc. Como el caudal es conocido, se pueden determinar coeficientes de pérdidas singulares, despejando de la ecuación (13). Hay que tener en cuenta que en esta ecuación la velocidad promedio siempre es a la entrada de la singularidad, y por tanto el diámetro es el de la propia entrada de la singularidad.

En tuberías de rugosidad conocida, también se puede calcular la longitud equivalente, aplicando la ecuación (14).

3.4. Tuberías en serie.

En este caso sólo se trata de efectuar la comprobación de que la pérdida de carga total de varios tramos de tubería colocados en serie ha de ser igual a la suma de las pérdidas de carga de los diferentes tramos.

3.5. Tuberías en paralelo.

Se hace circular agua por dos tuberías colocadas en paralelo. Como la pérdida de carga entre los extremos es la misma, y los coeficientes de pérdidas se conocen de apartados anteriores, se pueden calcular los caudales circulantes por ambas tuberías (ec. 18).

El acoplamiento en paralelo puede resultar muy útil para determinar el coeficiente de fricción f y la rugosidad ε de las tuberías de menor diámetro, por las que, aún con las válvulas de regulación completamente abiertas, circula un caudal tan pequeño que no se puede medir con el caudalímetro, por no alcanzar el valor mínimo de su rango de medida (unos 4000 l/h). Sin embargo la medida se puede efectuar de forma indirecta siguiendo el procedimiento siguiente:

- conectar en paralelo la tubería de menor diámetro (A) con una de mayor diámetro (B) y de coeficiente de fricción ya conocido.
- con el caudalímetro, medir el caudal total $Q=Q_A + Q_B$
- medir las pérdidas de carga por ambas tuberías, h_{pA} y h_{pB}
- a partir de h_{pB} y de f_B determinar el caudal Q_B mediante la ecuación (8)
- obtener $Q_A=Q - Q_B$
- a partir de h_{pB} y de Q_B , determinar el coeficiente de fricción f_B por (8) y la rugosidad por el diagrama de Moody o por Colebrook.

3.5. Calibración de la placa orificio.

Por último, se propone realizar la calibración del medidor de caudal por placa orificio, utilizando el caudalímetro vertical de lectura directa. Se mide la pérdida de carga en la placa, para diferentes valores de caudal. Se representa la curva Q vs h_p obtenida, y se ajusta un polinomio de tercer grado. De esta manera, ya se tiene un nuevo medidor de caudal en la instalación.

4. EXPOSICIÓN DE RESULTADOS.

Tras la realización de la práctica se redactará un informe en el que se recojan de manera clara y concisa los resultados obtenidos. En unos casos será conveniente hacerlo en forma de tabla, por ejemplo: rugosidades de distintos materiales, coeficientes de pérdidas de los diferentes elementos, etc. En otros casos es más conveniente la representación gráfica, por ejemplo: variación de la pérdida de carga con el caudal, calibración de la placa orificio, etc. En el informe se recogerán también las conclusiones que se extraigan del trabajo realizado, en particular las obtenidas al contrastar los valores medidos con el comportamiento teórico.

5. BIBLIOGRAFÍA.

Blanco Marigorta, E.; Velarde Suárez, S; Fernández Francos, J. “Sistemas de bombeo”, capítulos 2 y 4. Universidad de Oviedo, Gijón 1994.

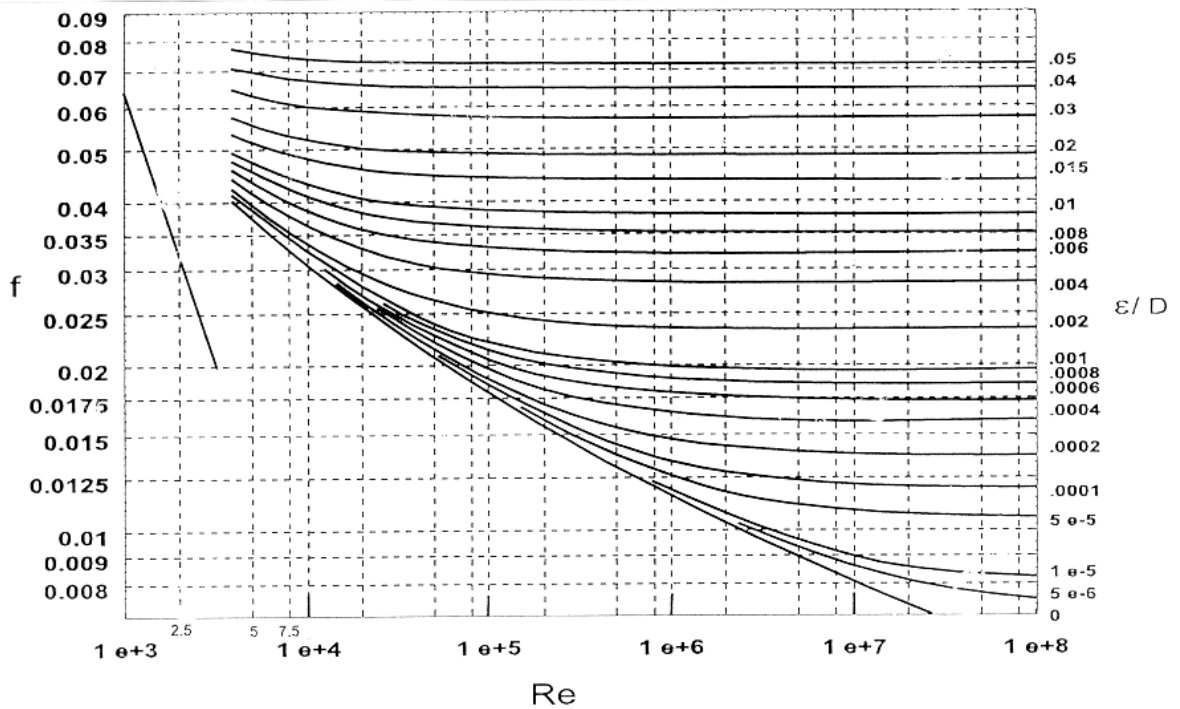
Fox, R.W.; McDonald, A.T. “Introducción a la Mecánica de Fluidos”, cap. 8 . McGraHillo, 1995

Shames, I.H. “La Mecánica de los Fluidos”, cap 9. McGraw-Hill, 1995

Streeter, E.B.; Wylie, E.B. “Mecánica de los fluidos”, cap 5, McGraw-Hill, 1998

White, F.M. “Mecánica de Fluidos”, McGraw-Hill, 1996

ANEXO I: Diagrama de Moody



ANEXO II: Nomogramas de estimación de la longitud equivalente de elementos singulares.

