

# *FENÓMENOS DE TRASPORTE EN METALURGIA EXTRACTIVA*

*Clase 01/03*

*Introducción y Fundamentos*

Prof. Leandro Voisin A, MSc., Dr.

Academico – Universidad de Chile.

Jefe del Laboratorio de Pirometalurgia

Investigador Senior - Tohoku University, Japan.

# *Unidad temática I*

## *Fundamentos de fenómenos de transporte en metalurgia extractiva*

---

### *Contenidos [3 clases]*

---

- 1.1 Introducción general al tema, importancia y ocurrencia en procesos metalúrgicos.*
  - 1.2 Definición de unidades y conceptos básicos.*
  - 1.3 Postulado del medio continuo.*
  - 1.4 Cinemática.*
  - 1.5 Teorema de transporte.*
-

## Unidad temática II

### Transferencia de cantidad de movimiento

---

#### Contenidos [7 clases]

---

- 2.1 *Definición de viscosidad,  $\mu$ .*
  - 2.2 *Ley de viscosidad de Newton, definición y unidades.*
  - 2.3 *Factores de los que depende  $\mu$ .*
  - 2.4 *Predicción teórica de  $\mu$ .*
  - 2.5 *Mediciones experimentales de  $\mu$  para fluidos de importancia metalúrgica.*
  - 2.6 *Problemas simples de fluidodinámica.*
  - 2.7 *Ecuación de continuidad.*
  - 2.8 *Ecuación de Navier-Stokes.*
  - 2.9 *Flujo turbulento.*
  - 2.10 *Transporte de momentum entre dos fases: factor de fricción, correlaciones adimensionales.*
  - 2.11 *Flujo en medios porosos.*
  - 2.12 *Balances macroscópicos.*
-

# Unidad temática III

## Transferencia de calor

### Contenidos [7 clases]

- 3.1 Definición de conductividad térmica,  $k$ .
- 3.2 Factores de los que depende  $k$ .
- 3.3 Predicción teórica de  $k$ .
- 3.4 Mediciones exper. de  $k$  para sólidos y fluidos de importancia metalúrgica.
- 3.5 Ley de Fourier de transferencia de calor.
- 3.6 Formulación de problemas simples de conductividad térmica.
- 3.7 Transf. de calor estacionaria.
- 3.8 Transf. de calor no estacionaria.
- 3.9 Transf. de calor por convección natural y forzada.
- 3.10 Transf. de calor entre interfases: concepto del coef. de transf. de calor,  $h$ .
- 3.11 Estimación de  $h$ .
- 3.12 Transf. de calor por radiación.
- 3.13 Transf. de calor con cambio de fase.
- 3.14 Balances macroscópicos.

## Unidad temática IV

### Transferencia de masa

---

#### Contenidos [7 clases]

---

- 4.1 Concepto de difusión y definición de difusividad,  $D$ .
  - 4.2 Factores en los que depende  $D$ .
  - 4.3 Predicción teórica de  $D$ .
  - 4.4 Mediciones experimentales de  $D$  para sólidos y fluidos de importancia metalúrgica.
  - 4.5 Ley de Fick de difusión.
  - 4.6 Formulación de problemas simples de difusividad.
  - 4.7 Transf. de masa estacionaria sin y con reacción química.
  - 4.8 Transf. de masa por convección natural y forzada.
  - 4.9 Transf. de masa entre interfases: coeficiente de transf. de masa.
  - 4.10 Estimaciones de coeficiente de transf. de masa.
  - 4.11 Difusión en medios porosos, difusividad efectiva.
  - 4.12 Balances macroscópicos.
-

## Unidad temática V

### *Análisis de Problemas de Fenómenos de Transporte en Metalurgia Extractiva y Minería*

---

#### *Contenidos [6 clases]*

---

- 5.1 *Solidificación de ánodos.*
  - 5.2 *Moldeo continuo de cobre o acero.*
  - 5.3 *Transporte de pulpa a través de cañerías.*
  - 5.4 *Rellenos de caserones.*
  - 5.5 *Sistemas de ventilación.*
  - 5.6 *Modelación de burbujas en fluidos metalúrgicos.*
  - 5.7 *Pérdidas de calor desde reactores metalúrgicos.*
  - 5.8 *Solución de problemas de convección natural y estimación de coeficientes de transferencia de calor y masa.*
  - 5.9 *Magnetohidrodinámica en limpieza de escorias.*
  - 5.10 *Flujo en medios porosos: impregnación en una pila de lixiviación.*
  - 5.11 *Flujo reactivo.*
-

# *Bibliografía General*

---

1. **Bird** *“Transport Phenomena”*, R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot, 2<sup>nd</sup> Ed., Wiley, New York, 2001.
2. **Szeckely** *“Rate Phenomena in Process Metallurgy”*, J. Szeckely and N. J. Themelis, Wiley, New York, 1971.
3. **Geiger** and *“Transport Phenomena in Metallurgy”*, G. H. Geiger and D. R. Poirier, Minerals Metals and Materials Society, 1994.
4. **Dullien** *“Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure”*, F. A. L. Dullien, Academic Press, 1992.
5. **Geankoplis** *“Mass Transport Phenomena”*, C. J. Geankoplis, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1972.
6. **Zimmerman** *“Multiphysics Modeling with Finite Element Methods”*, W. Zimmerman, World Scientific, UK, 2006.
7. **Utigard** *“An introduction to Fluid Flow, Heat and Mass Transfer”*, T. Utigard, University of Toronto, 2000.

# Introducción y Conceptos Generales

## Importancia de los fenómenos de transporte

**Fluidodinámica**  
(Transporte de  
Momentum)

**Transferencia de Calor**  
(Transporte de Energía)

**Transferencia de Masa**  
(Transporte de masa de  
especies químicas)

### Estos tres fenómenos:

- Frecuentemente ocurren de manera simultánea
- Las ecuaciones básicas que los describen son muy semejantes
- Las herramientas matemáticas necesarias son muy similares.
- Los mecanismos moleculares que ocurren en estos fenómenos son parecidos y son responsables de la viscosidad, conductividad térmica y difusión.



## Ocurrencia en procesos mineros y metalúrgicos

- *Flujo gravitacional, SLS, Relleno de caserones, etc*
- *Transporte de pulpa o agua a través de cañerías (piping).*
- *Clasificación en hidrociclones*
- *Sistemas de ventilación*
- *Lixiviación en pilas (flujo en medios porosos)*
- *Modelación de burbujas en fluidos metalúrgicos*
- *Extracción por solvente (SX)*
- *Electro obtención (EW), Electro refinación (ER)*
- *Tostación, Fusión, Conversión, Refino y Moldeo*
- *Pérdidas de calor desde reactores metalúrgicos.*
- *Magnetohidrodinámica*
- *Limpieza de escorias*
- *Flujo reactivo (plantas de cal).*
- *Entre otros procesos...*

## *Introducción y Conceptos Generales*

- *Para que exista un flujo del fluido, una transferencia de calor o una transferencia de masa debe existir una diferencia (gradiente) de una cantidad físico-química llamada fuerza direccional:*
  - *Presión,  $P^o$*
  - *Temperatura,  $T^o$*
  - *Volumen,  $V$*
  - *Concentración,  $n_i$*

$$Tasa \left( \frac{\text{Cantidad}}{\text{tiempo}} \right) = \frac{\text{Fuerza Direccional}}{\text{Resistencia}}$$

# Introducción y Conceptos Generales

## Unidades y símbolos de las principales cantidades (Sistema SI)

Quantity	Unit	Symbol	Background
Length	Meter	m	1,650,763.73 times wavelength of orange-red line of krypton 86
Mass	Kilogram	kg	mass of a platinum-iridium alloy cylinder kept near Paris
Moles	Gram-mole	mol	the number of atoms in a mol of atoms is $6.0222 \cdot 10^{23}$ = Avogadro number
Time	Second	s	9,192,631,770 cycles of a specific transition in the cesium atom
Temperature	Kelvin	K	0 K is the hypothetical zero of temperature; the triple point of water is defined at 273.1600 K
Electric current	Ampere	A	the current which creates a magnetic force of $2 \cdot 10^{-7}$ N/m between two parallel wires separated by 1 m
Light intensity	Candela	cd	luminous intensity of a 1/600,000 m <sup>2</sup> cavity radiating at 2042 K

# Introducción y Conceptos Generales

## Comparación de los sistemas SI, CGS y Británico FPS

	SI	cgs	British
Time	1 s	1 s	1 s
Length	1 m =	100 cm =	3.2808 ft
Mass	1 kg =	1,000 g =	2.2046 lb
Volume	1 m <sup>3</sup> =	10 <sup>4</sup> cm <sup>3</sup> =	35.315 ft <sup>3</sup>
Density	1 kg/m <sup>3</sup> =	10 <sup>-3</sup> g/cm <sup>3</sup> =	0.06243 lb/ft <sup>3</sup>
Force	1 N(kg·m/s <sup>2</sup> ) =	10 <sup>5</sup> g·cm/s <sup>2</sup> =	0.22481 lb <sub>f</sub>
Pressure (Force/Area)	1 Pa(N/m <sup>2</sup> ) =	10 g/cm·s <sup>2</sup> =	1.45·10 <sup>-4</sup> lb <sub>f</sub> /in <sup>2</sup> 1 lb <sub>f</sub> /in <sup>2</sup> = 1 psi
Energy	1 J = 1 N·m =	10 <sup>7</sup> erg =	9.478·10 <sup>-4</sup> Btu
Tempèra- ture	T(°C) =		(°F - 32)/1.8

# Introducción y Conceptos Generales

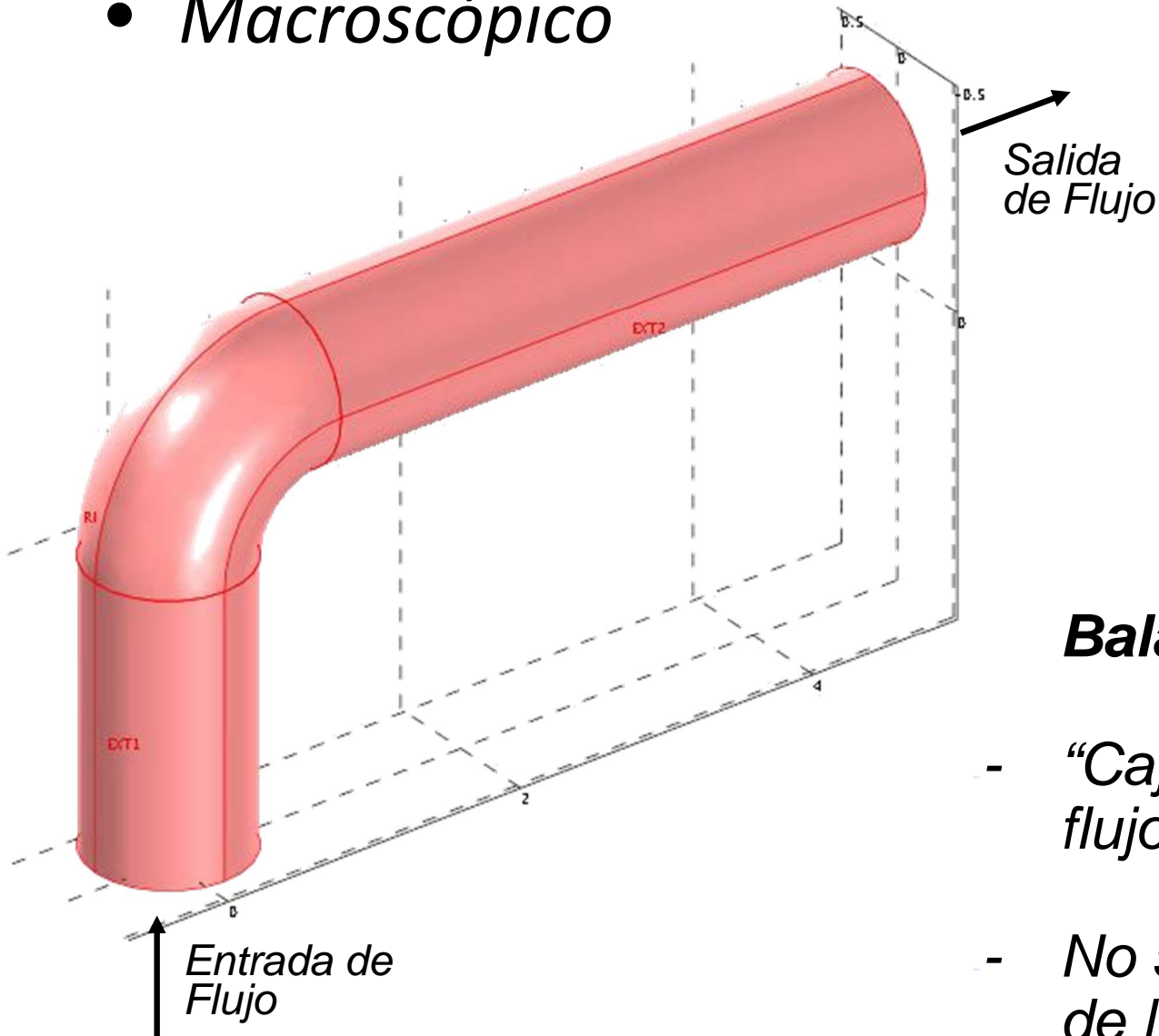
## Prefijos comunes utilizados en el sistema SI

$1000^n$	$10^n$	Prefijo	Símbolo	Escala Corta	Escala Larga	Equivalencia decimal en los Prefijos del SI	Asignación
$1000^8$	$10^{24}$	yotta	Y	Septillón	Cuatrillón	1 000 000 000 000 000 000 000 000	1991
$1000^7$	$10^{21}$	zetta	Z	Sextillón	Mil trillones	1 000 000 000 000 000 000 000	1991
$1000^6$	$10^{18}$	exa	E	Quintillón	Trillón	1 000 000 000 000 000 000	1975
$1000^5$	$10^{15}$	peta	P	Cuatrillón	Mil billones	1 000 000 000 000 000	1975
$1000^4$	$10^{12}$	tera	T	Trillón	Billón	1 000 000 000 000	1960
$1000^3$	$10^9$	giga	G	Billón	Mil millones / Millardo	1 000 000 000	1960
$1000^2$	$10^6$	mega	M	Millón		1 000 000	1960
$1000^1$	$10^3$	kilo	k	Mil / Millar		1 000	1795
$1000^{2/3}$	$10^2$	hecto	h	Cien / Centena		100	1795
$1000^{1/3}$	$10^1$	deca	da	Diez / Decena		10	1795
$1000^0$	$10^0$	ninguno		Uno / Unidad		1	
$1000^{-1/3}$	$10^{-1}$	deci	d	Décimo		0,1	1795
$1000^{-2/3}$	$10^{-2}$	centi	c	Centésimo		0,01	1795
$1000^{-1}$	$10^{-3}$	mili	m	Milésimo		0,001	1795
$1000^{-2}$	$10^{-6}$	micro	$\mu$	Millonésimo		0,000 001	1960
$1000^{-3}$	$10^{-9}$	nano	n	Billonésimo	Milmillonésimo	0,000 000 001	1960
$1000^{-4}$	$10^{-12}$	pico	p	Trillonésimo	Billonésimo	0,000 000 000 001	1960
$1000^{-5}$	$10^{-15}$	femto	f	Cuatrillonésimo	Milbillonésimo	0,000 000 000 000 001	1964
$1000^{-6}$	$10^{-18}$	atto	a	Quintillonésimo	Trillonésimo	0,000 000 000 000 000 001	1964
$1000^{-7}$	$10^{-21}$	zepto	z	Sextillonésimo	Miltrillonésimo	0,000 000 000 000 000 000 001	1991
$1000^{-8}$	$10^{-24}$	yocto	y	Septillonésimo	Cuatrillonésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001	1991

# Postulado del medio continuo

## Niveles de estudio ó abstracción

- *Macroscópico*



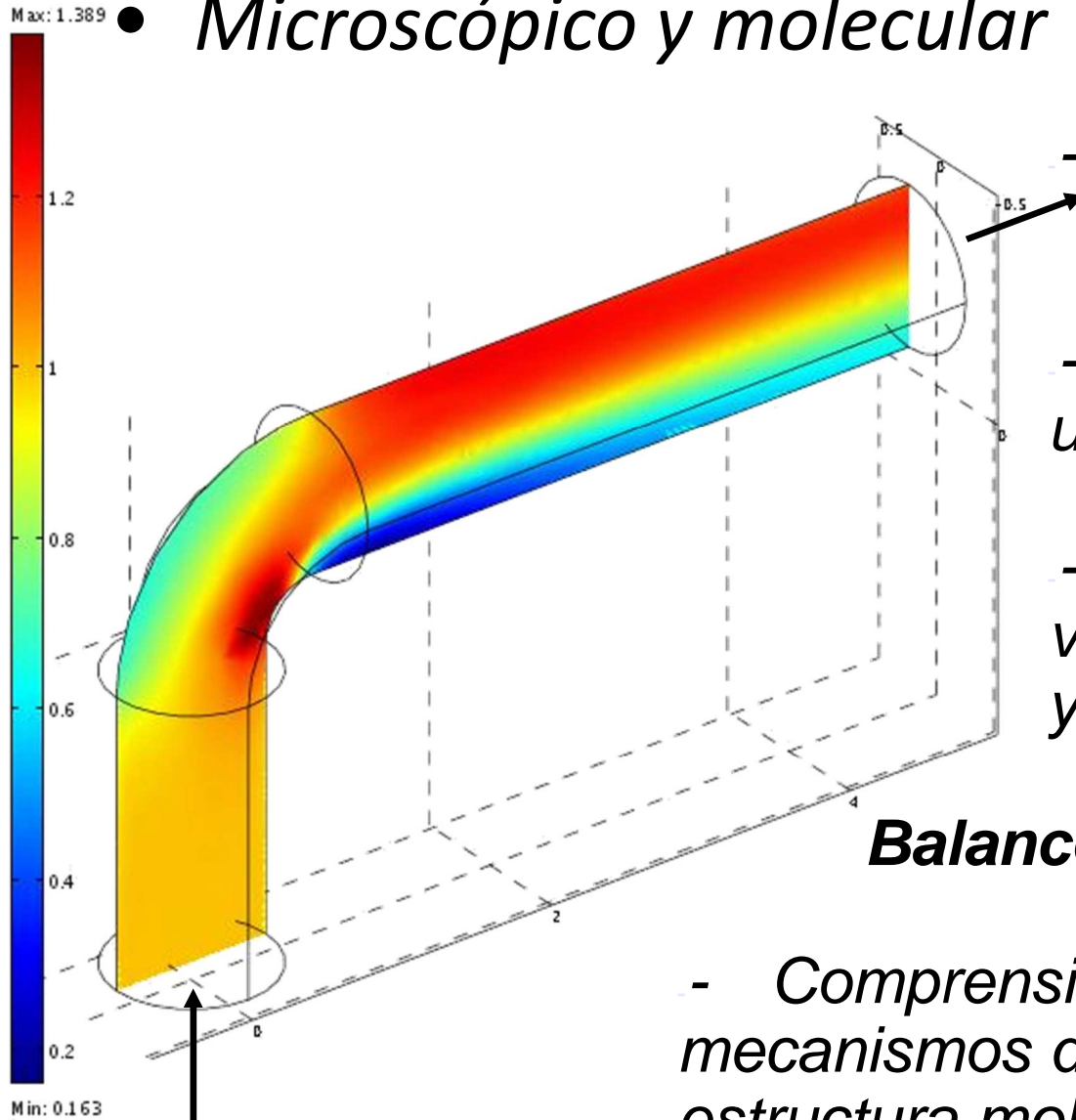
### **Balances Macroscópicos**

- “Caja negra” con respecto a flujos de entrada y salida
- No se requiere un estudio de los detalles del sistema.

# Postulado del medio continuo

## Niveles de estudio ó abstracción

### ● Microscópico y molecular



### Balances Microscópicos

- *Interesa lo que ocurre en un área pequeña del equipo.*
- *Ecuaciones de cambio para un volumen de control específico.*
- *Interesa obtener “perfiles” de velocidad, temperatura, presión y concentración en el sistema.*

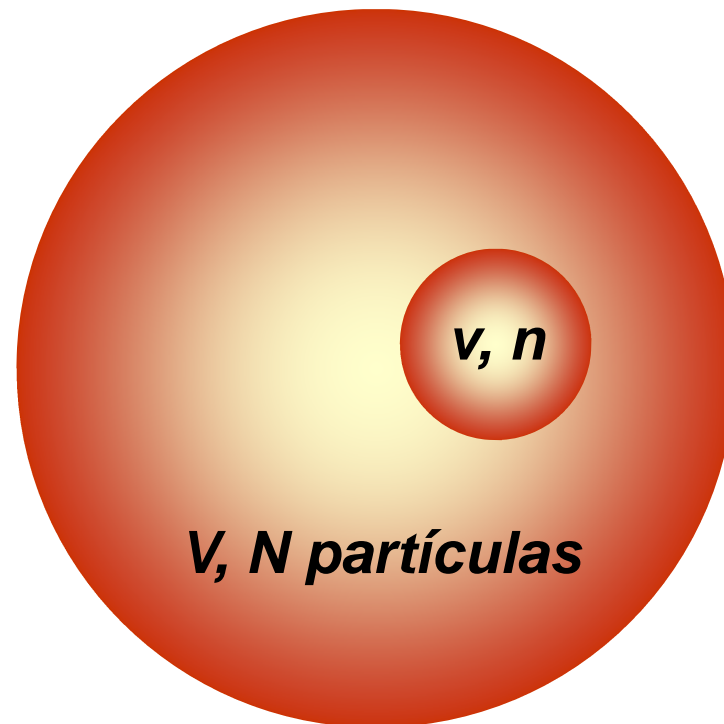
### Balances Moleculares

- *Comprensión fundamental de los mecanismos de transporte en términos de la estructura molecular y fuerzas intermoleculares.*

# Postulado del medio continuo

## Hipotesis del medio continuo

- Para el estudio de los fenómenos de transporte a una escala microscópica asumiremos que estudiamos medios continuos deformables ó indeformables.
- Lo anterior nos permite aplicar herramientas de calculo diferencial.



$$v \ll V$$

$$n \gg 1$$



## *Postulado del medio continuo*

*Tipos de derivadas utilizadas en fenómenos de transporte*

### *Medición de peces en un río*

*Puesto que los peces se están moviendo, su concentración ( $c$ ), será una función de la posición ( $x, y, z$ ) y del tiempo ( $t$ ).*

$\frac{\partial c}{\partial t}$  *Derivada parcial respecto al tiempo:*

*Describe la variación de la concentración de peces para una posición fija en el tiempo, ie.  $x, y, z$  son ctes.*

## Postulado del medio continuo

*Tipos de derivadas utilizadas en fenómenos de transporte*

### Medición de peces en un río

Derivada total respecto al tiempo:

*Describe la variación de la concentración de peces para una posición en movimiento de un sistema relativo al tiempo.*

$$\frac{dc}{dt}$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial c}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial c}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

*donde:  $dx/dt$ ,  $dy/dt$  y  $dz/dt$  son los componentes de la velocidad del sistema relativo.*

## Postulado del medio continuo

### Tipos de derivadas utilizadas en fenómenos de transporte

#### Derivada material ó substancial:

$$\frac{Dc}{Dt}$$

Describe la variación de la concentración de peces para una posición en movimiento conjunto a aquel de la masa de control (punto de vista Lagrangiano).

Esta derivada hace énfasis en que el observador se mueve con la partícula o masa de control y sigue su trayectoria.

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial\rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial\rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial\rho}{\partial z}$$

donde:  $v_x$ ,  $v_y$  y  $v_z$  son los componentes de la velocidad local del fluido  $v$ .

# **Postulado del medio continuo**

## *Magnitudes termodinámicas*

- **Magnitud extensiva:** *Es una magnitud cuyo valor es proporcional al tamaño del sistema que describe. Esta magnitud puede ser expresada como sumatoria de las magnitudes de un conjunto de subsistemas que formen el sistema original.*
- **Magnitud intensiva** *es aquella cuyo valor no depende del tamaño ni de la cantidad de materia del sistema, es decir, tiene el mismo valor para un sistema que para cada una de sus partes consideradas como subsistemas abiertos.*

*En general el cociente entre dos magnitudes extensivas nos da una magnitud intensiva, por ejemplo la división entre masa y volumen nos da la densidad.*

# **Postulado del medio continuo**

## *Principios de conservación*

- *Hay dos enfoques posibles para describir el movimiento de un fluido ó la conservación de una propiedad extensiva:*

### **Lagrangiano (Clásico)**

- *Masa de Control (CM)*
- *Propiedades extensivas (dependen de la cantidad de materia):*
  - ❖ *Masa*
  - ❖ *Momentum*
  - ❖ *Energía*
  - ❖ *Peso*

### **Euleriano**

- *Volumen de Control (CV)*
- *Propiedades intensivas (independientes de la cantidad de materia):*
  - ❖ *Densidad*
  - ❖ *Velocidad*
  - ❖ *Concentración*
  - ❖ *Temperatura*

# **Postulado del medio continuo**

## *Principios de conservación*

- *Nos interesa escribir ecuaciones que representen la conservación de propiedades tales como:*
  - *Momentum*
  - *Energía*
  - *Masa*
  
- *Para sistemas discretos (o de pocas partículas) o desde un punto de vista macroscópico, podemos utilizar un enfoque clásico:*
  - *Fijándonos en cada partícula y siguiendo su trayectoria*

# **Postulado del medio continuo**

## Principios de conservación

- *Sin embargo, para un estudio a nivel microscópico y asumiendo que se trata de un medio continuo, se puede utilizar otro enfoque, basado en un volumen de control.*
  - *Enfoque Euleriano: el observador está “fijo” en un punto del dominio y ve cómo varían las propiedades de interés en el tiempo sólo dentro de esa posición.*
  - *Esto requiere estudiar variables intensivas.*

# **Postulado del medio continuo**

## Principios de conservación de masa

- *Una propiedad Extensiva puede calcularse a partir de una propiedad intensiva:*

$$\Phi = \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega$$

*donde:*

- $\Phi$  : *Propiedad extensiva ( $m, p, E^o, V^o, etc$ )*
- $\phi$  : *Propiedad intensiva ( $\rho, v, n_i, etc$ )*
- $\Omega_{CM}$  : *Volumen ocupado por la masa de control*



# **Postulado del medio continuo**

## Principios de conservación de masa

- *Conservación de masa:*

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{D}{Dt} \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega = 0$$

donde: 
$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial\rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial\rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial\rho}{\partial z}$$

## **Postulado del medio continuo**

### Teorema de transporte de Reynolds

- Para utilizar el enfoque Euleriano, se hace uso del Teorema del Transporte de Reynolds, que relaciona ambos enfoques:

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{CV}} \rho \phi d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho \phi \vec{v} \cdot \vec{n} dS$$

donde:

$\Omega_{CV}$  : Volumen de control

$S_{CV}$  : Superficie que encierra al volumen de control

$\vec{v}$  : Velocidad con la que se mueve el medio o fluido

$\vec{n}$  : Normal unitaria apuntando fuera del CV

## Postulado del medio continuo

### Teorema de transporte de Reynolds

- Por lo tanto, desde el punto de vista Euleriano:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{D}{Dt} \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega = 0 \iff \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{CV}} \rho \phi d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho \phi \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

- Con  $\phi = 1$ , se obtiene la ecuación de conservación de la masa en forma integral:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{CV}} \rho d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

Termino  
convectivo

## Postulado del medio continuo

### Teorema de la divergencia de Gauss

- *La ecuación anterior puede ser escrita en forma diferencial, aplicando el teorema de divergencia de Gauss al término convectivo y permitiendo que el CV sea infinitesimalmente pequeño:*

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{CV}} \rho d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left( \nabla \cdot \rho \vec{v} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left( \frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z \right) = 0$$

## Postulado del medio continuo

Volumen de control en un campo de flujo de calor

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_{\Sigma} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

