Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FENÓMENOS DE TRASPORTE EN METALURGIA EXTRACTIVA

Clase 04/05
Transporte de Masa

Prof. Leandro Voisin A, MSc., Dr.

Académico – Universidad de Chile.
Jefe del Laboratorio de Pirometalurgia.
Investigador Senior - Tohoku University, Japan.

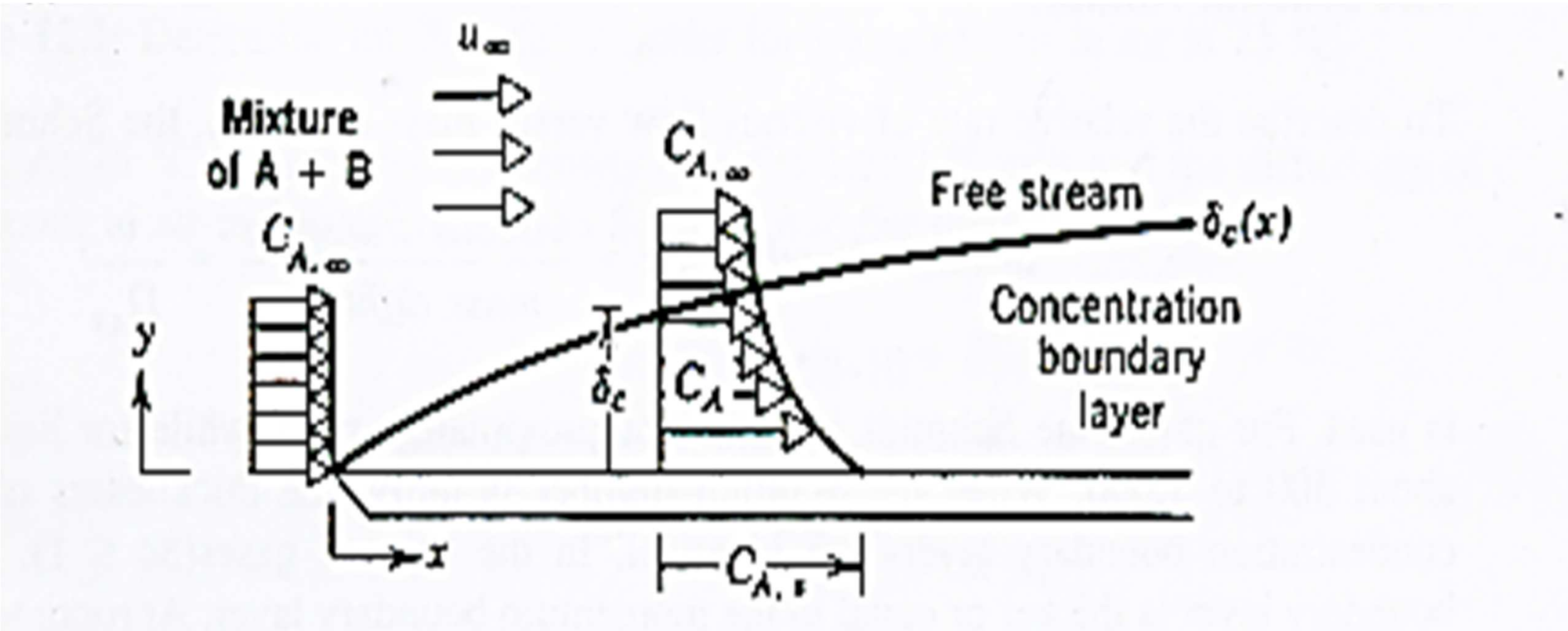
Transferencia de masa por convección

- ✓ *En fluidos el transporte de masa es provocado ya sea por difusión ó convección.*
- ✓ *La convección involucra el movimiento del seno del fluido y mientras más vigoroso es éste, más importante es la convección*
- ✓ *En contraste, la difusión involucra el movimiento individual de las moléculas ó átomos dentro del fluido.*
- ✓ *En el seno del fluido el transporte de masa es principalmente por convección, mientras que la tasa de transporte hacia ó desde la superficie del sólido es fuertemente afectado por la difusión.*
- ✓ *La razón es que la velocidad cae a cero en la superficie de un solido y una delgada capa envuelve esta superficie.*

Transferencia de masa por convección

La capa límite se desarrolla cercana a la superficie del sólido donde un gradiente de concentración existe debido a la transferencia de masa entre el fluido y el sólido.

La tasa de transferencia de masa es controlada por la capa límite y es dependiente de su espesor y a su vez éste depende de las propiedades del fluido como velocidad , distribución y dimensiones del sistema.



capa límite de concentración

Coeficiente de transferencia de masa

Cuando analizamos el transporte de material entre un fluido y una superficie sólida ó entre un gas y un líquido, normalmente se usa la siguiente ecuación:

$$j = h_m \cdot \left([A]_f - [A]_{y=0} \right) \quad \left(\frac{mol}{m^2 s} \right)$$

donde:

h_m	-	*coeficiente de transferencia de masa, (m/s)*
$[A]_f$	-	*conc. promedio de A en el fluido (mol/m^3)*
$[A]_{y=0}$	-	*conc. de A en la superficie (mol/m^3)*

El coeficiente de transferencia de masa aumenta con el incremento del gradiente de concentración en la superficie y depende de:

1. *Flujo del fluido*
2. *Propiedades del fluido*
3. *Geometría del sistema*
4. *Localización dentro del sistema*

Número de Schmidt

Para describir la tasa relativa de flujo viscoso versus la difusión de masa se ha definido el número adimensional de Schmidt (Sc):

$$Sc = \frac{Transporte\ vis\cos o}{difusión\ de\ masa} = \frac{\nu}{D_{AB}}$$

Para gases el número Sc es aproximadamente 1, mientras que para líquidos varía entre 500 a 1000. Cuando el Sc = 1, el espesor de las capas límites viscosa y de concentración son idénticas.

A temperatura ambiente, el aire tiene un número de Sc cercano a 0,6. Para la mayoría de los líquidos el Sc es mucho mayor que 1 y la capa límite es más delgada que la capa límite de momentum.

Determinación del espesor de la capa límite

Tabla 2.
Significado físico y definición de los números de Sc, Pr y Le

Número	Significado físico	Definición	Espesor relativo de la capa límite
Prandtl	$\dfrac{transporte\ viscoso}{transporte\ calor}$	$Pr = \dfrac{\nu}{\alpha}$	$\dfrac{\delta_T}{\delta} \approx Pr^{-\frac{1}{3}} = \left(\dfrac{\alpha}{\nu}\right)^{\frac{1}{3}}$
Schmidt	$\dfrac{transporte\ viscoso}{transporte\ masa}$	$Sc = \dfrac{\nu}{D_{AB}}$	$\dfrac{\delta_m}{\delta} \approx Sc^{-\frac{1}{3}} = \left(\dfrac{D_{AB}}{\nu}\right)^{\frac{1}{3}}$
Lewis	$\dfrac{transporte\ calor}{transporte\ masa}$	$Le = \dfrac{\alpha}{D_{AB}}$	$\dfrac{\delta_T}{\delta_m} \approx Le^{\frac{1}{3}} = \left(\dfrac{\alpha}{D_{AB}}\right)^{\frac{1}{3}}$

Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Determinación del espesor de la capa límite

Para flujo turbulento el espesor de la capa límite crece rápidamente y es influenciado fuertemente por las fluctuaciones al azar del flujo. En general, la turbulencia aumenta la transferencia de masa y conduce a altos valores de D, comparado con el flujo laminar.

El crecimiento de la concentración de la capa límite, no es en modo alguno dependiente de la difusión molecular y por lo tanto, tampoco del número de Schmidt.

Ejemplo 11:

Determinar el número de Schmidt para vapor de agua en aire a 25 ºC. A dicha Temperatura, ν_{aire} = 1,58·10^{-5} m^2/s, $D_{agua\text{-}aire}$= 2,6·10^{-5} m^2/s.

Ejemplo 11, Solución:

$$H_2O-Aire: Sc=\frac{\nu}{D_{AB}}=\left[1{,}58\cdot 10^{-5}\left(\frac{m^2}{s}\right)\Big/ 2{,}6\cdot 10^{-5}\left(\frac{m^2}{s}\right)\right]=0{,}61$$

Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Transferencia de masa por convección
Flujo laminar sobre una placa plana

Para flujo laminar (Re $<$500.000) de fluidos con 0,6 $<$ Sc $<$ 50 sobre una placa plana, el coeficiente local de transferencia de masa esta dado por:

$$h_m(m) = 0{,}332 \cdot D_{AB} \cdot Sc^{1/3} \sqrt{\frac{v}{\nu x}}$$

donde:

x	-	*distancia desde el borde de la placa*
v	-	*velocidad en el seno del fluido.*

Esta ecuación muestra que, el coeficiente de transferencia de masa es más alto cerca del borde de la placa y disminuye proporcionalmente con $x^{1/2}$.

Transferencia de masa por convección
Flujo laminar sobre una placa plana

El coeficiente de transferencia de masa promedio puede ser encontrado por integración del coeficiente de masa local sobre la longitud total (L) del plato:

$$\overline{h_m} = \frac{1}{L}\int_0^L h_m(x)dx = 0{,}664 \cdot D_{AB} \cdot Sc^{1/3}\sqrt{\frac{\mathrm{v}}{\nu L}}$$

Estas dos ecuaciones son análogas a aquellas para transferencia de calor convectiva, y son válidas para sólo para <u>gases</u> con números de Sc entre 0,6 y 50. La mayoría de los líquidos presentan valores de Sc más altos.

Transferencia de masa por convección
Flujo laminar sobre una placa plana

Ejemplo 12:

Calcular la tasa de evaporación de agua de una pequeña piscina cuadrada de 2,0 m de lado. La temperatura del agua así como la del aire son de 27 ºC y el viento sopla a 1,5 m/s. El aire ambiente tiene una humedad relativa de 50%.

Ejemplo 12, Solución:

A dicha Temperatura, $\nu_{aire} = 1{,}67 \cdot 10^{-5}\ m^2/s$, $D_{agua\text{-}aire} = 2{,}6 \cdot 10^{-5}\ m^2/s$. *Se debe determinar primero si el flujo es laminar calculando el Re:*

$$Re = \frac{2m \cdot 1{,}5\, m/s}{1{,}67 \cdot 10^{-5}\, m^2/s}$$

$$Re = 180.000 \langle 500.000$$

Ejemplo 12, Solución:

Como el flujo es laminar y el Sc está entre 0,6 y 50, $\overline{h_m}$ puede calcular como:

$$\overline{h_m} = 0{,}664 \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}61^{1/3} \sqrt{\frac{1{,}5\, m/s}{1{,}67 \cdot 10^{-5}\, m^2/s \cdot 2{,}0 m}} = 0{,}0031 \left(\frac{m}{s}\right)$$

Para calcular la tasa de evaporación, se debe encontrar la concentración de vapor de agua en la interface agua/aire. En esta interface, la presión de vapor de agua es igual a la presión de saturación de vapor de agua a 27 ºC, formalmente 3580 Pa. La concentración en la interface es entonces:

$$[H_2O]\left(\frac{mol}{m^3}\right) = \frac{P}{RT} = \frac{3580\ Pa}{8{,}3144\ \dfrac{J}{molK} \cdot 300\ K} = 1{,}43 \left(\frac{mol}{m^3}\right)$$

Ejemplo 12, Solución:

Debido a que el aire tiene una humedad relativa de 50%, la presión de vapor es la mitad (1790 Pa) que la de la interface. Así la tasa de evaporación es :

$$n = [1{,}43 - (1{,}43 \cdot 0{,}5)]\left(\frac{mol}{m^3}\right) \cdot 0{,}0031\left(\frac{m}{s}\right) \cdot 4m^2$$

$$n = 0{,}00887\left(\frac{mol}{s}\right) = 0{,}57\left(\frac{kg}{h}\right)$$

Lo que corresponde a una disminución del nivel del agua de 0,14 mm/h ó 0,34 cm/día.

Número de Sherwood

Aunque exista una ecuación exacta para el flujo laminar sobre una placa plana, esta es más una excepción que una regla.

Para muchas situaciones prácticas es muy difícil describir el flujo matemáticamente y dependemos de relaciones empíricas para determinar coeficientes de transferencia de masa. Para hacer esto se encontró útil definir el número de Sherwood (Sh).

Sh, es un número adimensional que puede ser usado para relacionar los coeficientes de transferencia de masa con otros números adimensionales tales como el número de Re y Sc, El número de Sh es correspondiente con el número de Nu.

Número de Sherwood

Las propiedades físicas de ambos números son aquellas relativas al fluido. Para una cañería, cilindro ó esfera, la longitud característica (x) es el diámetro. En el caso de una placa plana, la distancia desde el borde.

El número de Sh proporciona una medida de la importancia relativa de la transferencia de masa por convección versus la difusión.

Un gran número de Sh implica que la contribución convectiva a la transferencia de masa es mayor que aquella debida a la difusión.

Similarmente un número de Nu grande indica la predominancia de la transferencia convectiva de calor

Números de Sherwood y Nusselt

Número	Significado físico	Definición	Gradiente dimensional
Nusselt	Gradiente de temperatura adimensional en la superficie	$Nu = \dfrac{h \cdot x}{k}$	$Nu \approx \dfrac{-\left(\dfrac{dT}{dy}\right)_{y=0}}{\left(\dfrac{T_s - T_f}{x}\right)}$
Sherwood	Gradiente de concentración adimensional en la superficie	$Sh = \dfrac{h_m \cdot x}{D_{AB}}$	$Sh \approx \dfrac{-\left(\dfrac{d[A]}{dy}\right)_{y=0}}{\left(\dfrac{[A]_s - [A]_f}{x}\right)}$

Número Sh para flujo laminar

El número de Sh local para una placa plana se define como:

$$Sh(x) = \frac{h_m(x) \cdot x}{D_{AB}} = 0{,}332 \cdot Sc^{\frac{1}{3}} \cdot Re^{\frac{1}{2}}$$

Esto nos permite calcular el coeficiente local de transferencia de masa en función de la distancia (x) desde el borde inicial. El número promedio Sh sobre una longitud L de una placa plana es:

$$\overline{Sh} = \frac{\overline{h_m} \cdot L}{D_{AB}} = 0{,}664 \cdot Sc^{\frac{1}{3}} \cdot Re^{\frac{1}{2}}$$

Al tomar la razón del número de Nu sobre el número de Sh, se obtiene la siguiente relación entre los coeficientes de transferencia de masa y calor:

$$\frac{h}{h_m} = \left(k \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \right) \Big/ \left(D_{AB} \cdot Sc^{\frac{1}{3}} \right)$$

Número Sh para flujo laminar

Esta relación es válida para muchas de las aplicaciones para flujos laminares y turbulentos y puede ser usada para determinar un coeficiente basado en el conocimiento del otro:

$$h_m = \frac{D_{AB}}{k} \cdot \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot h$$

- *Cuando se trata de flujo de fluidos forzados, el número de Reynolds es el número más importante ya que nos define si el flujo es laminar ó turbulento.*

- *Debido a que el coeficiente de transferencia de masa depende fuertemente de la clase de fluido, se han derivado ecuaciones empíricas para ambas clases de flujo.*

Correlaciones del número de Sh

Correlaciones del coeficiente de transferencia de masa para convección forzada en cañerías ó en placas planas

Situación	Condición	$Sh = h_m \cdot D / D_{AB}$; cañería $Sh = h_m \cdot L / D_{AB}$; placa
Cañería - laminar	Concentración constante en la superficie	$1,86 \left(Re \cdot Sc \cdot D / L\right)^{1/3}$
Cañería - turbulento		$0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Sc^{1/3}$
Placa plana - laminar ($Re < 3 \cdot 10^5$)	Local (x); $0,6 < Sc < 50$ Promedio (L); $0,6 < Sc < 50$	$0,332 \cdot Re(x)^{0,5} \cdot Sc^{1/3}$ $0,664 \cdot Re(L)^{0,5} \cdot Sc^{1/3}$
Placa plana – turbulento $5 \cdot 10^5 < Re < 10^8$	Local (x); $0,6 < Sc < 3000$ Promedio (L); $0,6 < Sc < 3000$	$0,029 \cdot Re\left(x\right)^{0,8} \cdot Sc^{1/3}$ $0,037 \cdot Re\left(L\right)^{0,8} \cdot Sc^{1/3}$

Correlaciones del número de Sh

Flujo a través de cilindros y esferas

Aunque el flujo a través de cilindros y esferas es bastante común, es complicado debido a la formación de vórtices y estelas .

Para Re bajo 1 el fluido se adhiere a la superficie, mientras que para valores altos el flujo se separa. Debido a este comportamiento, el coeficiente local de transferencia de masa también cambia. En términos de transferencia de masa el número de Sh está dado por:

$$Sh = \frac{h_m D}{D_{AB}} = 2 + \left(0{,}4\, Re^{0{,}5} + 0{,}06\, Re^{0{,}67}\ Sc^{0{,}4}\right)\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.25}$$

donde μ_w es la viscosidad del fluido en la superficie de la esfera ó del cilindro. La ec. esta basada en 40 $<$ Re $<$ 10^5 y 0,67 $<$ Sc $<$ 300.

Correlaciones del número de Sh

El comportamiento de gotas y burbujas en metalurgia también es importante. Para gotas cayendo, los coeficientes de transferencia de masa pueden ser calculados utilizando las siguientes ecuaciones:

$2 < Re < 2000$

$$Sh_{líq} = \frac{h_m D}{D_{AB}} = 2 + 0{,}95\, Re^{1/2}\, Sc^{1/3}$$

$2 < Re < 4800$

$0{,}6 < Sc < 2{,}7$

$$Sh_{gas} = 2 + 0{,}552\, Re^{0{,}53}\, Sc^{1/3}$$

Estas ecuaciones no son válidas para pequeños números de Re ó para diámetros inferiores a 5 mm

Números adimensionales

Definición números adimensionales

Número	Significado	Transferencia calor	Transferencia masa
Biot	Razón de resistencia térmica interna de un sólido a la capa límite de resistencia térmica	$Bi = \frac{h \cdot L}{k}$	$Bi = \frac{h_m \cdot L}{D_{AB}}$
Fourier	Razón de tasa de conducción de calor a la tasa de energía térmica almacenada en un sólido	$Fo = \frac{\alpha \cdot t}{L^2}$	$Fo = \frac{D_{AB} \cdot t}{L^2}$
Grashof	Razón de fuerzas de flotación a fuerzas viscosas	$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^3}$	$Gr = \frac{g\beta([A]_s - [A]_\infty)L^3}{\nu^3}$
Peclet	Parámetro de transferencia de calor independiente	$Pc = \frac{\mathrm{v} \cdot L}{\alpha} = Re \cdot Pr$	

Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Números adimensionales

Definición números adimensionales

Número	Significado	Transferencia calor	Transferencia masa
Stanton	Número modificado de Nusselt	$St = \frac{h \cdot \rho}{\mathrm{v} \cdot C_p} = \frac{Nu}{Pr \cdot Re}$	
Stanton	Razón de momentum y difusividad de masa		$St_m = \frac{h_m}{u} = \frac{Sh}{Re\ Sc}$
Colborn	Coeficiente adimensional de transferencia de calor	$j_h = St\ Pr^{\frac{2}{3}}$	
Colborn	Coeficiente adimensional de transferencia de masa		$j_m = St\ Sc^{\frac{2}{3}}$