

CC4102/CC53A - Diseño y Análisis de Algoritmos

Auxiliar 4

Prof. Gonzalo Navarro; Aux. Mauricio Quezada

6 de Septiembre de 2012

1. Muestre una cota inferior de $\frac{3(n-1)}{2}$ comparaciones en el peor caso para el problema de obtener la mediana de un arreglo desordenado $A[1..n]$.
2. Dado un arreglo desordenado de elementos que sólo pueden compararse por $<, =, >$, se desean obtener los k menores elementos del arreglo, en orden creciente.
 - Diseñe un algoritmo que lo resuelva en tiempo $O(n + k \log k)$
 - Demuestre que este algoritmo es óptimo.
 - Considere la variante *online* del problema, donde no se conoce k , sino que se pide el siguiente mínimo hasta k sin saber cuándo se detendrá. Diseñe un algoritmo óptimo para este problema.
3. El algoritmo de Prim para encontrar el Árbol Cobertor Mínimo (MST) de un grafo no dirigido con pesos $G = (V, E)$ es
 - Escoger un nodo arbitrario de G y agregarlo al MST
 - Mantener una cola de prioridad con V , donde la prioridad inicialmente es Infinito para todos los nodos excepto el escogido previamente.
 - Mientras la cola no esté vacía:
 - Obtener el nodo de menor prioridad v
 - Para cada vecino u de v :
 - * Si u no pertenece al MST y el peso de (v, u) es menor que la prioridad de u , reemplazar su prioridad con el peso y definir el padre de u como v .

Suponga ahora que $|V|$ y la lista de adyacencia de G están almacenados en memoria secundaria. Modifique el algoritmo bajo estas condiciones y analice su costo en I/O. Puede suponer además que todos los pesos son distintos.