MA1002-6: Cálculo Diferencial e Integral.
Profesor: Daniel Remenik Z.
Auxiliar: Ítalo Riarte C.
Primavera 2012

Auxiliar 15

P1. Analice con el criterio de la integral impropia la convergencia de:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{e}-1}{n}$ y $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{x}dx$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\arctan n}}{n^2+1}$ (c) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{e^x}{x^x}dx$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$ (use la parte (c)) (f) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\ln n(\ln(\ln n))^p}$, donde $p>0$.

P2. (a) Encuentre el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{ne^n}$.

(b) Encuentre explícitamente una función $f(x)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{ne^n}$. (**Ind** : Calcule $f'(x)$)

(c) Calcule el valor exacto de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n}$.

P3. De la conocida suma geométrica, encuentre las series de potencias, indicando radio e intervalo de convergencia, de las siguientes funciones:

(a) $f(x)=\arctan x$ (b) $g(x)=\ln(x^2+e^2)$ (c) $h(x)=\dfrac{1}{(1-x)^2}$ (d) $\varphi(x)=x\cdot h(x^2)$

P4. Se sabe que $e^x=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Deduzca las series de potencias de $f(x)=\cosh(x)$ y $g(x)=x\cdot e^{-x^2}$.

P5. Determine radio e intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n \ln(n+1)}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}x^n$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^k}{(kn)!}x^n$, $k\in\mathbb{N}$.

P6. (a) Determine si las siguientes series son o no convergentes:

(i) $\sum n\,\mathrm{sen}(\frac{1}{n})$ (ii) $\displaystyle\sum \frac{\mathrm{sen}(\frac{1}{n})}{n}$ (iii) $\sum n\left(1-\cos(\frac{1}{n})\right)$ (iv) $\displaystyle\sum \frac{1-\cos(\frac{1}{n})}{n}$

(b) Generalice, determinando los valores de $\alpha\in\mathbb{R}$ que aseguran que $\displaystyle\sum \frac{\mathrm{sen}(\frac{1}{n})}{n^\alpha}$ y $\displaystyle\sum \frac{1-\cos(\frac{1}{n})}{n^\alpha}$, convergen.