MA1102 Álgebra Lineal - Semestre Primavera 2012
Profesor: Alejandro Maass **Auxiliares:** César Vigouroux, Roberto Villaflor

Auxiliar # 9

Lunes 22 de Octubre

P1. Sea $\beta = \{1, x, x^2\}$ la base canónica de $\mathbb{P}_3$. Considere

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Encuentre la base $\overline{\beta}$ de $\mathbb{P}_3$ tal que Q sea representante de la identidad de $\mathbb{P}_3$ con $\overline{\beta}$ como base, en $\mathbb{P}_3$ con β como base.

(b) Encuentre la base $\overline{\overline{\beta}}$ de $\mathbb{P}_3$ tal que Q sea representante de la identidad de $\mathbb{P}_3$ con β como base, en $\mathbb{P}_3$ con $\overline{\overline{\beta}}$ como base.

(c) Sea $T : \mathbb{P}_3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal cuya matriz representante con respecto a las bases β en $\mathbb{P}_3$ y canónica en $\mathbb{R}^3$ es la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases $\overline{\overline{\beta}}$ en $\mathbb{P}_3$ y canónica en $\mathbb{R}^3$.

P2. Considere $\mathbb{C}$ como espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ y la transformación lineal $T : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definida por $T(z) = (1 + \sqrt{3}i)z$.

(a) Encuentre la matriz representante de T con respecto a la base canónica de $\mathbb{C}$, $\beta_C = \{1, i\}$, es decir, $M_{\beta_C, \beta_C}(T)$.

(b) Usando matrices de cambio de base, determine la matriz representante de T con respecto a la base $\beta = \{1 + i, 1 - i\}$, es decir, $M_{\beta,\beta}(T)$.

P3. Para un espacio vectorial cualquiera X sobre el cuerpo $\mathbb{R}$, se define el dual $X' = \{f : X \to \mathbb{R} |\ \text{f es lineal}\}$. X' es un espacio vectorial con la suma de funciones y ponderación escalar usual. Dada una transformación lineal $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ se define la traspuesta $T' : (\mathbb{R}^m)' \to (\mathbb{R}^n)'$ por:

$$T'(l) = l \circ T,$$

para cada $l \in (\mathbb{R}^m)'$.
La base canónica de $(\mathbb{R}^n)'$ es $\beta'_n = \{l_1, ..., l_n\}$ dada por

$$l_i(e_j) = \begin{cases} 1 \text{ si } i = j \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

donde $\{e_1, ..., e_n\}$ es la base canónica de $\mathbb{R}^n$.
Pruebe que $M_{\beta'_m, \beta'_n}(T') = (M_{\beta_n, \beta_m}(T))^t$ donde β_n es la base canónica de $\mathbb{R}^n$.