

**MA2002 Cálculo en Varias Variables** Semestre 2012-01

**Profesor:** Natacha Astromujoff

**Auxiliar:** Simón Piga

## Auxiliar 12

**P1.** Sea  $R = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, y \geq x, a \leq xy \leq b, y^2 - x^2 \leq 1\}$  con  $0 < a < b$ . Calcule la integral:

$$\int \int_R (y^2 - x^2)^{xy} (x^2 + y^2) dx dy$$

**Indicación** Utilice un cambio de variables apropiado.

**P2.** Sea  $a > 0$  Considere el volumen de la zona encerrada por las superficies:

$$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

$$S_2 : x^2 + y^2 = ay$$

- i Interprete qué figuras representan  $S_1$  y  $S_2$ .
- ii Utilice coordenadas esféricas y escriba el volumen como una integral triple.
- iii Calcule el volumen.

**P3** Calcule

$$\int_0^3 \int_0^4 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y}{2}+1} \left( \frac{2x-y}{2} + \frac{z}{3} \right) dx dy dz$$

**Indicación** Considere el cambio de variables:  $u = \frac{2x-y}{2}$ ;  $v = \frac{y}{2}$ ;  $w = \frac{z}{3}$