Auxiliar 12 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile
Jueves 08 de Noviembre, 2012

Profesor de Cátedra: Carlos Conca
Profesor Auxiliar: Matías Godoy Campbell

Pregunta 1. Demuestre que:

$$\int_0^\infty \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+1}dx = \pi \ln 2$$

Para ello considere la función $f(z) = \dfrac{\log(z+i)}{z^2+1}$ e integre en un contorno adecuado.

Pregunta 2.

a) Demuestre que: $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{a+\cos\theta}d\theta = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2-1}}$ con $a > 1$

b) Para $a > 1$ y $n = 0, 1, 2, \ldots$ evalúe las integrales:

$$C_n(a) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos n\theta}{a-\cos\theta}d\theta \quad S_n(a) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin n\theta}{a-\cos\theta}d\theta$$

<u>Indicación:</u> Calcule $C_n(a) + iS_n(a)$

Pregunta 3. Evalúe las siguientes integrales aprovechando los teoremas vistos en clase:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2+3}{x^4+5x^2+4}dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(\pi x)}{x^2+1}dx$$

Pregunta 4. Pruebe que si $n \geq m+2$ entonces:

$$\int_0^\infty \frac{x^m}{x^n+1}dx = \frac{\pi}{n\sin\left(\frac{\pi}{n}(m+1)\right)}$$

<u>Indicación:</u> Considere una sección circular de ángulo $2\pi/n$