

Auxiliar 13 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile

Miércoles 21 de Noviembre, 2012

Profesor de Cátedra: Carlos Conca

Profesor Auxiliar: Matías Godoy Campbell

Pregunta 1.

a) Pruebe formalmente la siguiente propiedad de la Transformada de Fourier:

$$\frac{d}{ds} \mathcal{F}(f(x))(s) = -i \mathcal{F}(xf(x))(s)$$

b) Usando lo anterior, deduzca una expresión para:

$$\mathcal{F}(x^2 e^{-x^2})(s)$$

Indicación: Recuerde que $\mathcal{F}(e^{-\frac{s^2}{2}})(s) = e^{-\frac{s^2}{2}}$

Pregunta 2. Encuentre una solución $u = u(x, t)$ de la ecuación:

$$u_{tt} - u_{xx} = 0 \quad t > 0, 0 < x < 1$$

bajo las condiciones:

$$\begin{aligned} u(0, t) = u(1, t) &= 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) &= \begin{cases} x & 0 < x \leq 1/2 \\ 1 - x & 1/2 < x < 1 \end{cases} \\ u_t(x, 0) &= 3 \sin(2\pi x) & 0 < x < 1 \end{aligned}$$

Pregunta 3. (Pasando el lado derecho a la condición inicial)

Resuelva el siguiente problema diferencial en derivadas parciales:

$$\begin{aligned} y_{tt} - y_{xx} &= 4 \sin 2x, & 0 < x < \pi, & t > 0 \\ y(0, t) = y(\pi, t) &= 0, & t > 0 \\ y(x, 0) &= 0, & 0 < x < \pi \\ y_t(x, 0) &= \pi - x, & 0 < x < \pi \end{aligned}$$

Indicación: Considere el cambio $u(x, t) = y(x, t) - \sin 2x$