



# **MAPA DE INVESTIGACIONES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**(EN CONSTRUCCIÓN)**

**JOSEFA PERDOMO DÍAZ**  
CENTRO DE MODELAMIENTO MATEMÁTICO  
**(CON PATRICIO FELMER)**

**Seminario de Investigación en Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática Escolar**  
**31 de julio y 8 de agosto de 2012**

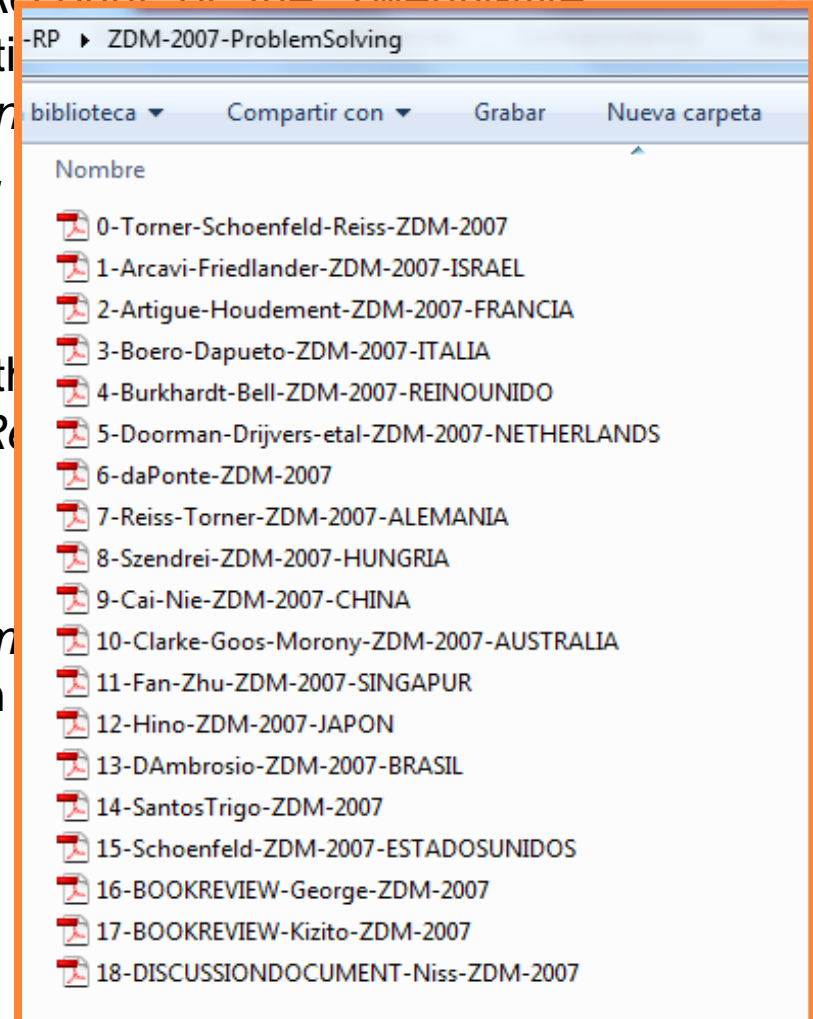
# PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué tipo y tópicos de investigación podemos encontrarnos que consideren la resolución de problemas matemáticos como tema central?

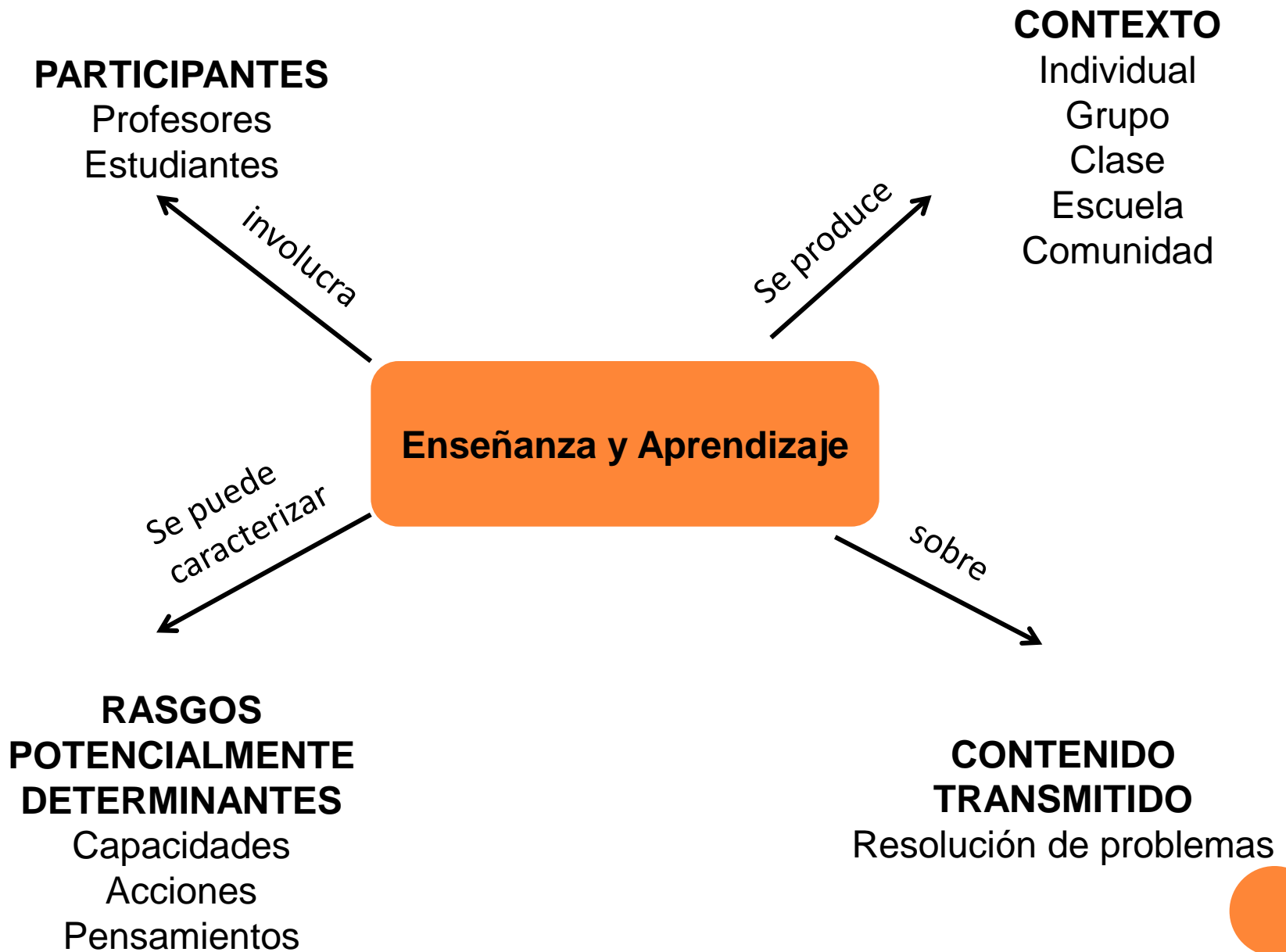


# ALGUNAS REVISIONES SOBRE INVESTIGACIÓN RELACIONADA CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- Kilpatrick, J. (1985). A Retrospective Account of the Twenty-five Years of Research on Teaching Mathematics. In A. Silver (Ed.). *Teaching and Learning Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Lawrence Erlbaum.
- Lester, F. (1994). Musings about mathematics research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (6), 600-675.
- *Problem Solving Around the World: Summary Report* (2007). ZDM. The International Journal on







Shulman (1989)

# INVESTIGACIÓN EN ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

Análisis de:

- Rasgos (o relaciones entre rasgos)

Capacidades  
Acciones  
Pensamientos

- Puestos de manifiesto por los participantes

Profesores  
Estudiantes

- En un determinado contexto

Individual  
Grupo  
Clase  
Escuela  
Comunidad

- Cuando se trata un contenido

Resolución de problemas  
(heurísticas, múltiples  
soluciones...)

Shulman (1989)



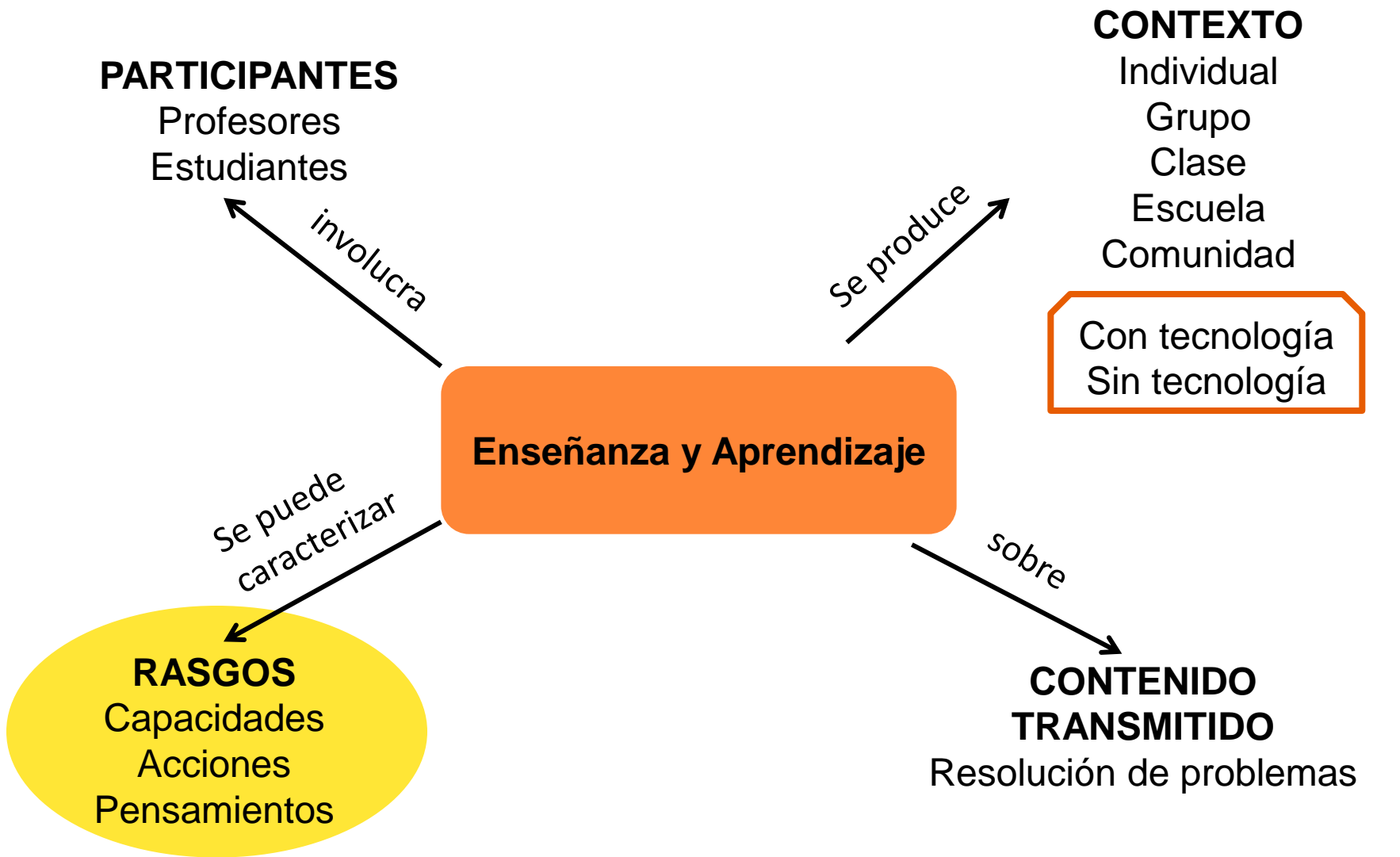
# INVESTIGACIÓN EN ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

## ○ Programas de investigación

- Selección de distintas partes del “mapa”
- Predilección por métodos de investigación
- Predilección por una orientación disciplinaria o interdisciplinaria
- Concepción del propio oficio (ciencia en busca de leyes & ejercicio de interpretación en busca de significados)

## ○ Investigador

- Selecciona su unidad de análisis
- Tiene una concepción del mismo
- Perspectiva





# E y A de la Matemática

- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2009). The Strands of Mathematical Proficiency. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (7th ed.) (pp. 115-155). Washington, DC: National Academy Press.
- Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project.  
[[http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa\\_niss.pdf](http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf)]



# Resolución de problemas

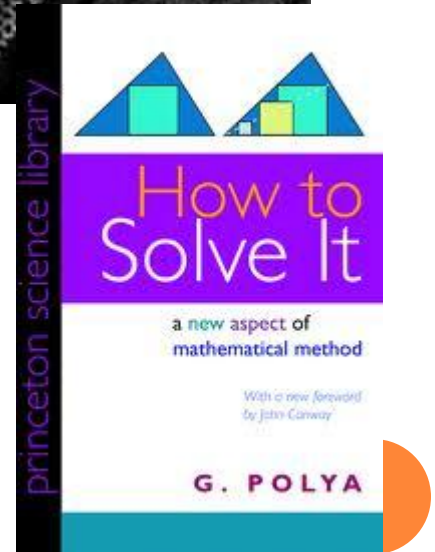
## “HOW TO SOLVE IT” (POLYA, 1945): EL ORIGEN

### ○ 4 principios

- Comprender el problema
- Pensar en un plan
- Ejecutar el plan
- Revisar / extender

### ○ Conjunto de heurísticas

- Hacer una representación
- Pensar en situaciones análogas
- Descomponer en problemas más sencillos
- Etc.



# Resolución de problemas

- Flavell, J. (1976). *Metacognitive aspects of problem solving*. En L. Resnick (Ed.), *The Nature of Intelligence*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Santos, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México D.F.: Trillas.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

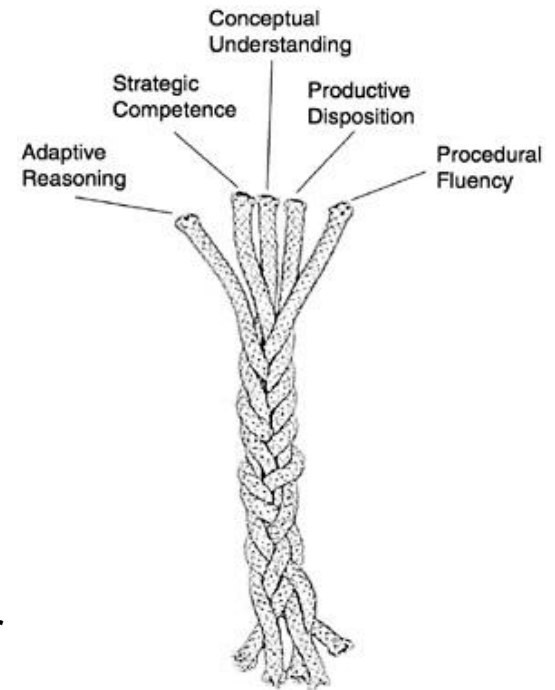


# RASGOS

Capacidades  
Acciones  
Pensamientos

## “Mathematical proficiency”

- Comprensión conceptual: comprensión de los conceptos matemáticos, las operaciones y las relaciones.
- Fluidez con los procedimientos: habilidad en la ejecución de procedimientos de forma flexible, precisa, eficiente y correcta.
- Competencia estratégica: habilidad para formular, representar y resolver problemas matemáticos.
- Razonamiento adaptativo: capacidad para pensar de forma lógica, reflexionar, explicar y justificar.
- Predisposición productiva: inclinación habitual para ver las matemáticas como prácticas, útiles y valiosas, acompañado de confianza en la propia eficacia y diligencia.



Kilpatrick et al. (2009)

**RASGOS**  
Capacidades  
Acciones  
Pensamientos

## “Competencia matemática”

- Preguntar y responder cuestiones matemáticas
  - Pensar matemáticamente
  - Proponer y resolver problemas matemáticos
  - Modelar (modelizar) matemáticamente
  - Razonar matemáticamente
- Manejo del lenguaje y las herramientas matemáticas
  - Representar conceptos matemáticos
  - Manejar símbolos y descripciones matemáticas
  - Comunicarse en, con y sobre matemáticas
  - Utilizar herramientas

## **RASGOS**

Capacidades

Acciones

Pensamientos

### ○ Schoenfeld (1985)

- Conocimiento base
- Heurísticas
- Metacognición
- Creencias
- **Prácticas educativas**



## Schoenfeld (1985)

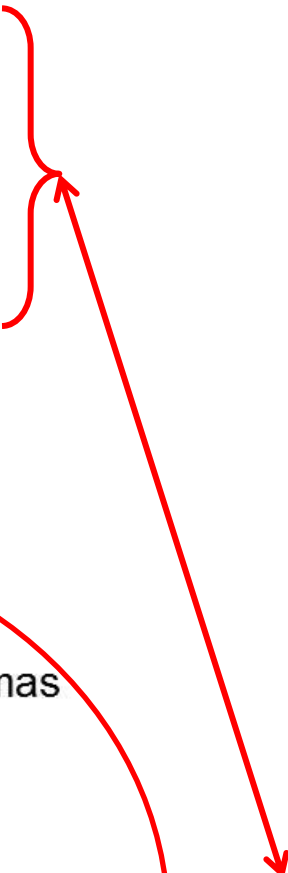
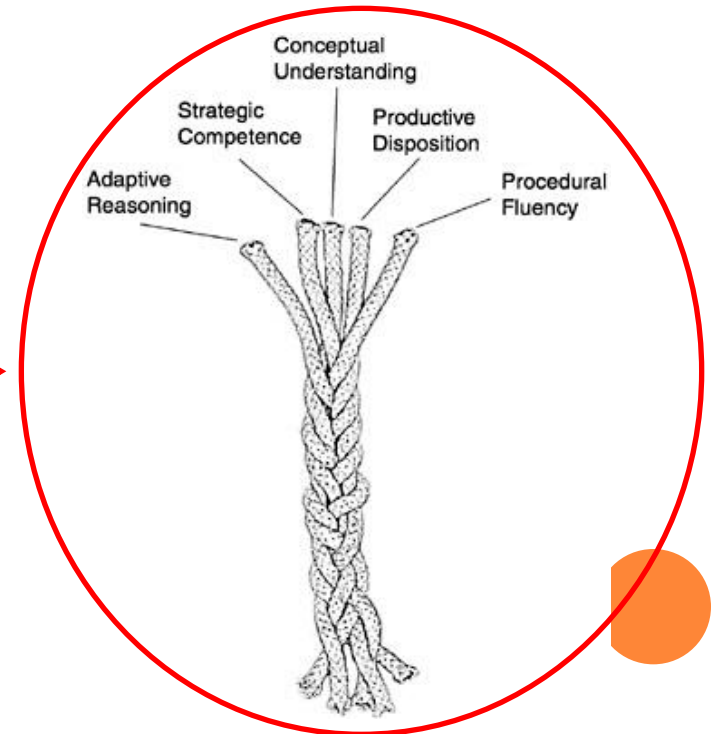
- Conocimiento base
- Heurísticas
- Metacognición
- Creencias e influencias
- **Prácticas educativas**

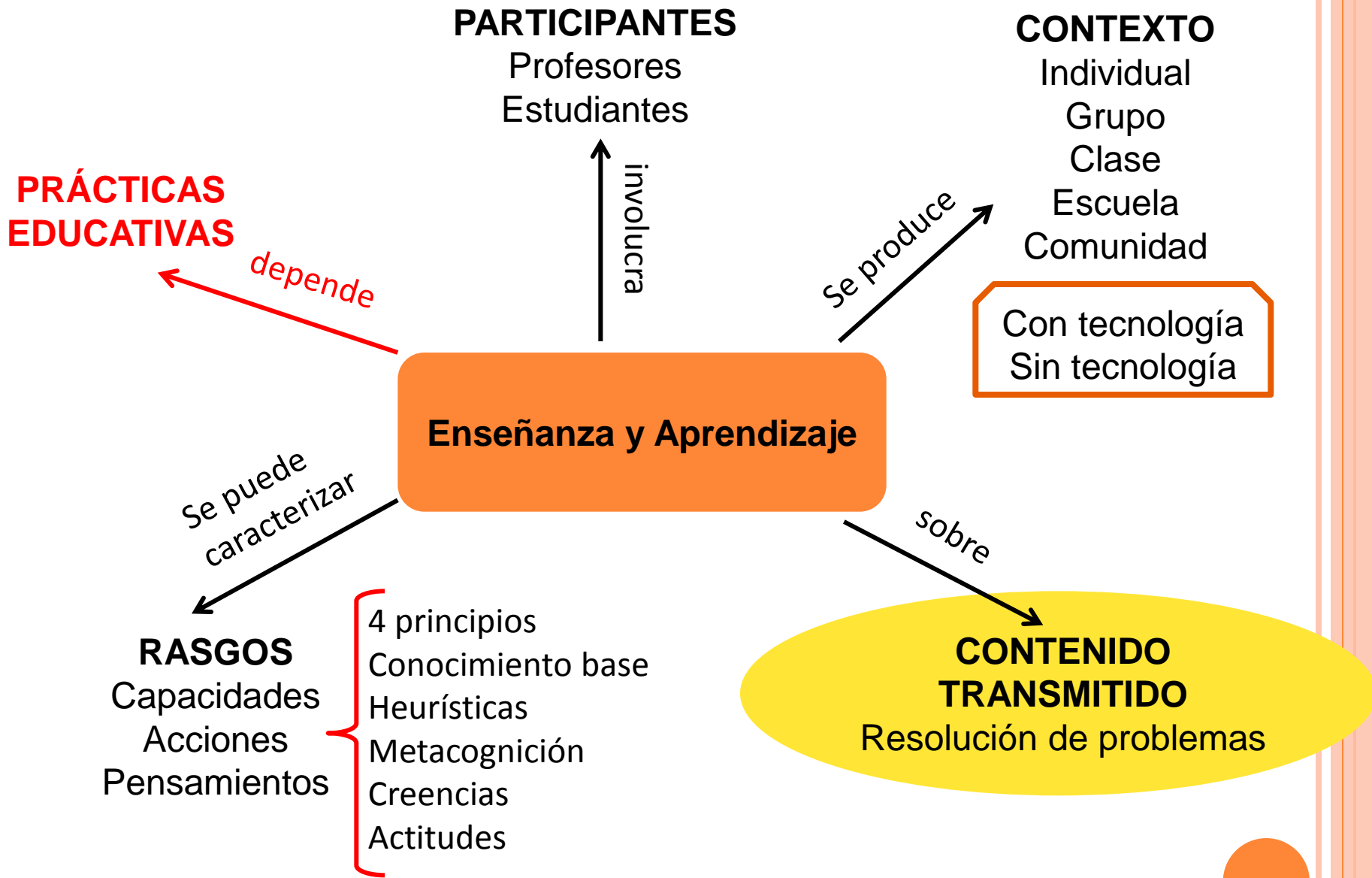
## Niss (2002)

- Pensar matemáticamente
- Proponer y resolver problemas matemáticos
- Modelar (modelizar) matemáticamente
- Razonar matemáticamente
- Representar conceptos matemáticos
- Manejar símbolos y descripciones matemáticas
- Comunicarse en, con y sobre matemáticas
- Utilizar herramientas



## Kilpatrick et al. (2009)







**CONTENIDO  
TRANSMITIDO:  
PROBLEMAS**

**WORD-  
PROBLEMS**

**GEOMETRÍA**

**OPEN-ENDED**

**MÚLTIPLES  
SOLUCIONES**

**ÁLGEBRA**

**PROBABILIDAD**

**MODEL(L)ING**

**ARITMÉTICA**



## CON EL FOCO EN LOS PARTICIPANTES

- Investigaciones centradas en el estudiante
- Investigaciones centradas en el profesor
- Investigaciones que relacionan las dos figuras



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE



- Investigaciones de 1, 2 y 3 pasos.
- Estudiantes de distintos niveles (mayoritariamente de primaria)
- Comparación entre grupos de distintos niveles
- Comparación entre estudiantes de distintos países (p. e. Uesaka et al., 2007; compara Nueva Zelanda con Japón)



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

Análisis de los aspectos cognitivos y los pasos que un individuo sigue para resolver problemas.

Identificar factores que influyen en el proceso de resolución de problemas (interpretación personal de los sucesos, la autoconfianza...)

Detectar dificultades y sus posibles orígenes.

Estudio de escenarios de Resolución de Problemas.



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

Estudio de escenarios de Resolución de Problemas.



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

## Influencia de

- las ilustraciones que acompañan a los enunciados
  - Berends & vanLieshout (2009)
- Material concreto
  - McNeil, Uttal, Jarvin & Stenberg (2009)
- Uso de diagramas
  - citas en Uesaka, Manalo & Ichikawa (2007)



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

- Relación entre los tipos de tareas que se evalúan y los razonamientos que los estudiantes utilizan para resolverlas (Boesen, Lithner y Palm, 2010)
  - Si las actividades de evaluación comparten propiedades con las actividades usadas en clase, los estudiantes tratan de recordar hechos o algoritmos. No hacen uso de su comprensión conceptual.
  - Las actividades que se distinguen de las usadas en clase, promueven razonamientos creativos.





# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

- Instrucción directa & Instrucción guiada
  - Timmermans, van Lieshout y Verhoen (2007)
- Descubrir & instrucción directa de múltiples estrategias de resolución
  - Star y Rittle Johnson (2008)



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

Análisis de los aspectos cognitivos y los pasos que un individuo sigue para resolver problemas.

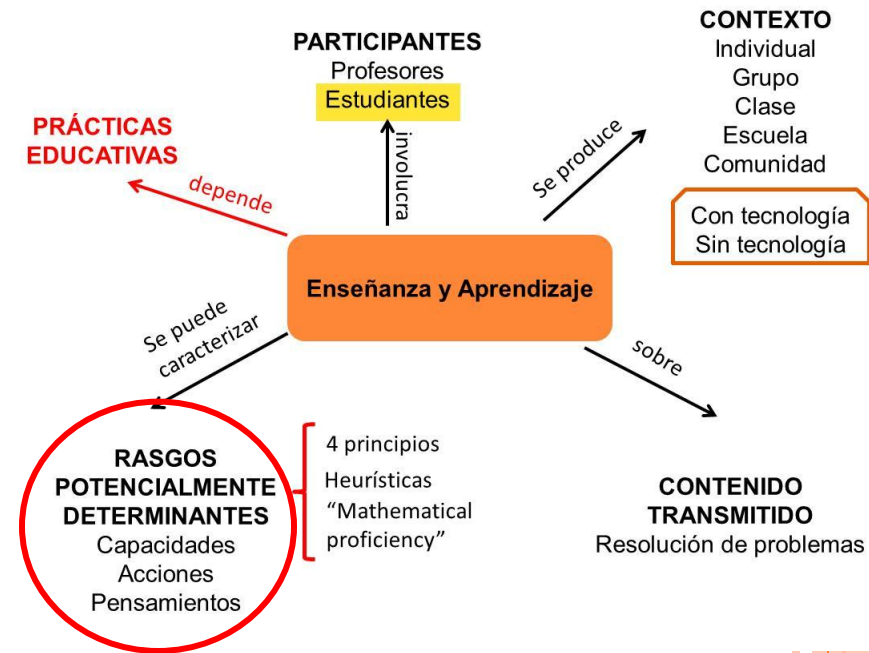
Identificar factores que influyen en el proceso de resolución de problemas (interpretación personal de los sucesos, la autoconfianza...)

Detectar dificultades y sus posibles orígenes.



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

Análisis de los aspectos cognitivos y los pasos que un individuo sigue para resolver problemas.



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

- Procesos que los estudiantes utilizan para resolver problemas de modelación y cómo evolucionan sus habilidades:
  - Mousoulides, Christou y Sriraman (2008)
- Identificación de estrategias para problemas aritméticos:
  - Gamo, Sander & Richard (2010)
- Comparar los procesos de resolución y representaciones usados por distintos grupos
  - 3º y 4º de primaria & 8º y 9º de secundaria (Stein y Burchartz, 2006)
  - Matemáticos & estudiantes universitarios (Stylianou y Silver, 2004)



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

Detectar dificultades y sus posibles orígenes.



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

- Identificación de posibles causas de los errores en la resolución de problemas
  - En problemas de estadística (Broers, 2002):
    - inapropiada selección de la información
    - fallos al recuperar conocimiento proposicional de su memoria
    - dificultad con el razonamiento lógico.



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

- Dificultades y errores comunes
  - Utilizar razonamientos proporcionales en situaciones inapropiadas
  - En problemas de geometría: Vlahovic, Pavlin & Rajter (2010)
- Van Dooren, De Bock, Vleugels y Verschaffel (2010) se preguntaron si se podía “luchar” contra esta tendencia planteando a los estudiantes situaciones cuya respuesta no dependiera de un dato a calcular.

**¿Cuál es el origen de ese error?**



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

Identificar factores que influyen en el proceso de resolución de problemas (interpretación personal de los sucesos, la autoconfianza...)





# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL ESTUDIANTE

- Evolución de las creencias de los estudiantes
  - Perrenet y Taconis (2009)
- Relaciones entre las estrategias, las concepciones del campo y el rendimiento en situaciones problema
  - Dermitzaki, Leondari & Goudas (2009)
- Factores que promueven el uso de diagramas
  - Uesaka, Manalo & Ichikawa (2007)



# INVESTIGACIONES RELACIONADAS CON ESTUDIANTES

## ○ Futuros profesores

- Experimentos con distintas formas de enseñar la RP (worked-out examples; Grobe y Renkel, 2006)
  - Su influencia en las creencias de los estudiantes (Stylianides y Stylianides, 2011).
- Análisis del rol de las representaciones externas en la resolución de problemas de probabilidad: Zahner y Corter (2010).

**Como estudiantes, no como  
futuros profesores**



## PARTICIPANTES

Profesores  
Estudiantes

↑ involucra

## CONTEXTO

Individual  
Grupo  
Clase  
Escuela  
Comunidad

Con tecnología  
Sin tecnología

↗ Se produce

PRÁCTICAS  
EDUCATIVAS

← depende

Enseñanza y Aprendizaje

↙ Se puede  
caracterizar

RASGOS  
Capacidades  
Acciones  
Pensamientos

4 principios  
Conocimiento base  
Heurísticas  
Metacognición  
Creencias  
Actitudes

↘ sobre

CONTENIDO  
TRANSMITIDO  
Resolución de problemas



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

**PROFESOR**



**PROFESOR**



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- 
- ¿De qué forma los profesores resuelven determinado tipo de problemas?

- 
- ¿Qué factores influyen en el proceso de implementación de la RP en el aula?

- 
- ¿Qué necesitan los profesores para implementar la RP en la sala de clases?

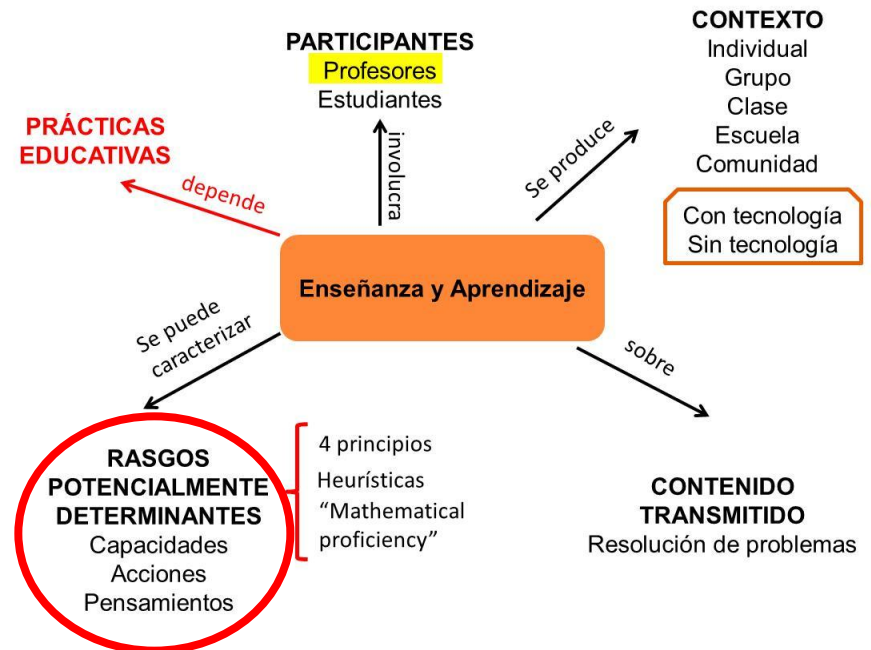


# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- ¿De qué forma los profesores resuelven determinado tipo de problemas?

En el contexto de cursos de perfeccionamiento

Como resolutor, no como profesor



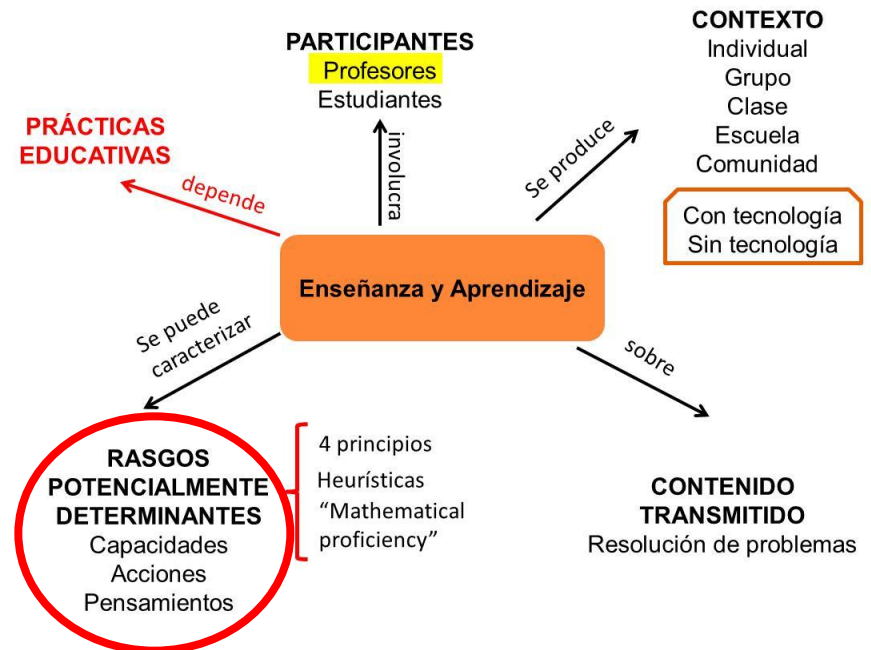
# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- ¿Qué factores influyen en el proceso de implementación de la RP en el aula?

Afectivos

Cognitivos

Pedagógicos



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- ¿Qué factores influyen en el proceso de implementación de la RP en el aula?

**Afectivos**

**Sentimiento de los estudiantes:**

¿Se aburrirán?

**Cognitivos**

**Habilidad:**

De los estudiantes

**¿EXCUSAS?**

...ativas del  
...esor

**Pedagógicos**

**Tiempo:**

Para cumplir con el programa

Para mostrar las realizaciones de los estudiantes





# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- ¿Qué factores influyen en el proceso de implementación de la RP en el aula?

## Afectivos

### Sentimiento de los estudiantes:

Motivación; involucrarlos en su proceso de aprendizaje

## Cognitivos

### Desarrollo de:

Estrategias; representaciones; flexibilidad

## Pedagógicos

Acceso al pensamiento de los estudiantes  
A sus errores de concepción

# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- ¿Qué necesitan los profesores para implementar la RP en la sala de clases?



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- ¿Qué necesitan los profesores para implementar la RP en la sala de clases?

**Sentirse motivados**

**Considerarse competentes**

**Tener confianza**

**Tomar conciencia de los beneficios de la resolución de problemas**

**Repensar sus enfoques para enseñar**



# INVESTIGACIONES CENTRADAS EN EL PROFESOR

- Asesoramiento en relación con:
  - Enfoques de resolución de problemas
  - Enfoques para incorporar la RP en la enseñanza de la matemática utilizando actividades apropiadas, una planificación pertinente y usando un rango de tipos de problemas.
- Conocer el trabajo de expertos (compañeros, externos o a través de vídeos)
  - Preocupa qué hacer, cómo llevar la clase y cuál debe ser el papel del profesor
- Aumento de buenos recursos escolares (libros, software, material concreto...)



# PROPUESTA DE CURSO DE PERFECCIONAMIENTO: SINGAPUR

- Leong et al. (2011) indican que un programa de desarrollo profesional tiene que tener las siguientes características:
  - re-diseñar la organización en torno al currículum, de forma que se favorezca un cambio de paradigma en las prácticas de enseñanza,
  - tiempo para que el profesorado experimente y reflexione acerca de las heurísticas para resolver problemas
  - oportunidades de observar situaciones reales que hayan resultado satisfactorias.



**Muchas gracias!**

**Preguntas...**

**Sugerencias...**

**¿O seguimos...?**



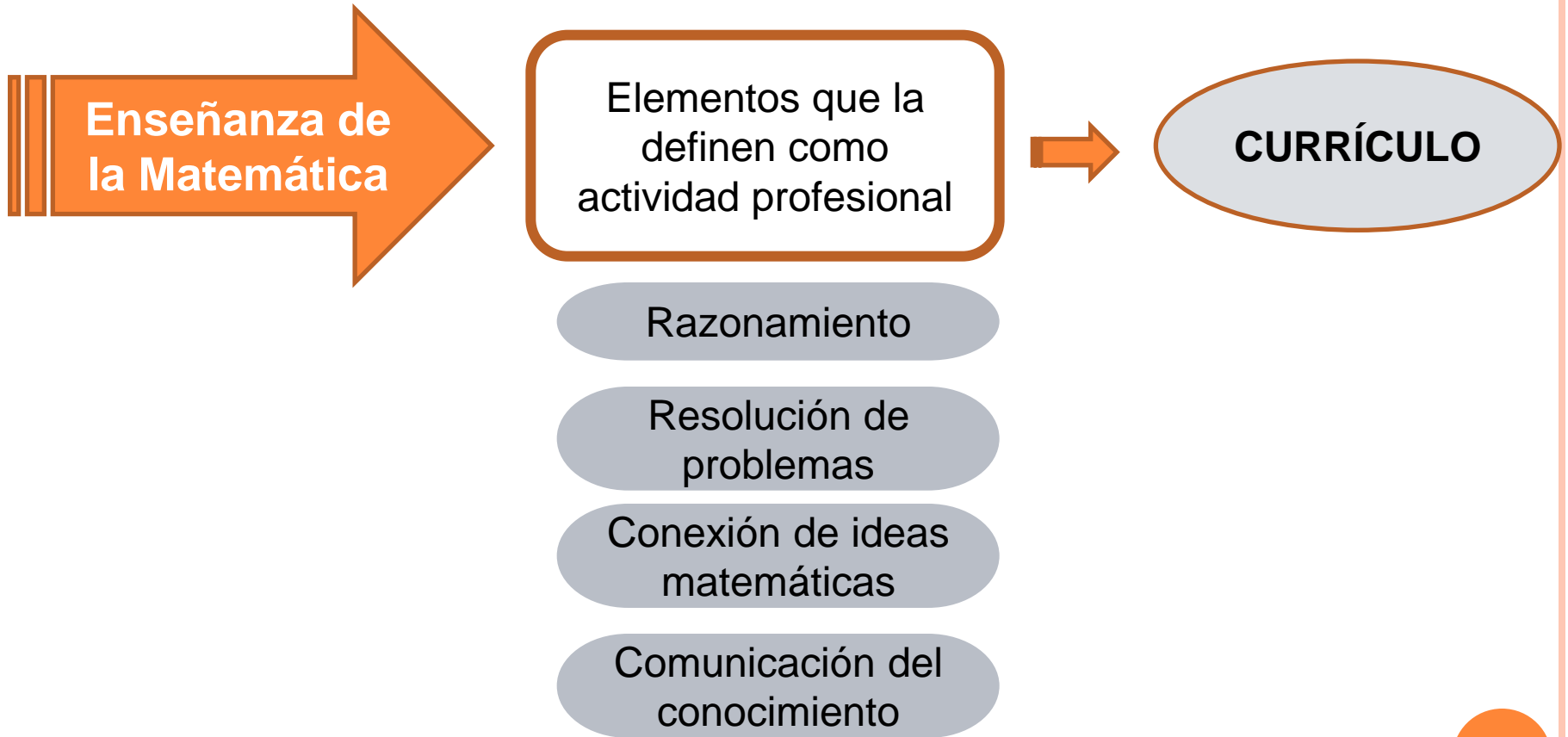
# PROYECTO

**“A menudo se espera que los profesores enseñen tópicos y habilidades matemáticas de forma sustancialmente diferente a como ellos mismos aprendieron ese contenido”**

Boaler y Humphreys  
(citado en Koeller et al., 2007, p. 273)



# PROYECTO



Kilpatrick et al. (2009)





“La matemática no es un cuerpo fijo e inmutable de conocimientos, hechos y procedimientos que se aprenden a recitar. Hacer matemáticas no consiste simplemente en calcular las respuestas a problemas propuestos, usando un repertorio específico de técnicas probadas. [...] [E]s una ciencia que exige explorar y experimentar, descubriendo patrones, configuraciones, estructuras y dinámicas”

(Mineduc, 2012, p. 1)

Bases curriculares para Educación Básica



**CHILE**

“el aprendizaje de la matemática debe buscar consolidar, sistematizar y ampliar nociones y prácticas matemáticas [...] Se busca promover el desarrollo de formas de pensamiento y de acción [...], de confianza en las capacidades propias para aprender [...], apropiarse de formas de razonar matemáticamente; adquirir herramientas que les permitan reconocer, plantear y resolver problemas [...]”

(Mineduc, 2009, p. 145)

Ajuste curricular

# PROYECTO

Curso de capacitación y desarrollo profesional



Proveerle de experiencias

hablando y actuando matemáticamente

participando en discusiones matemáticas

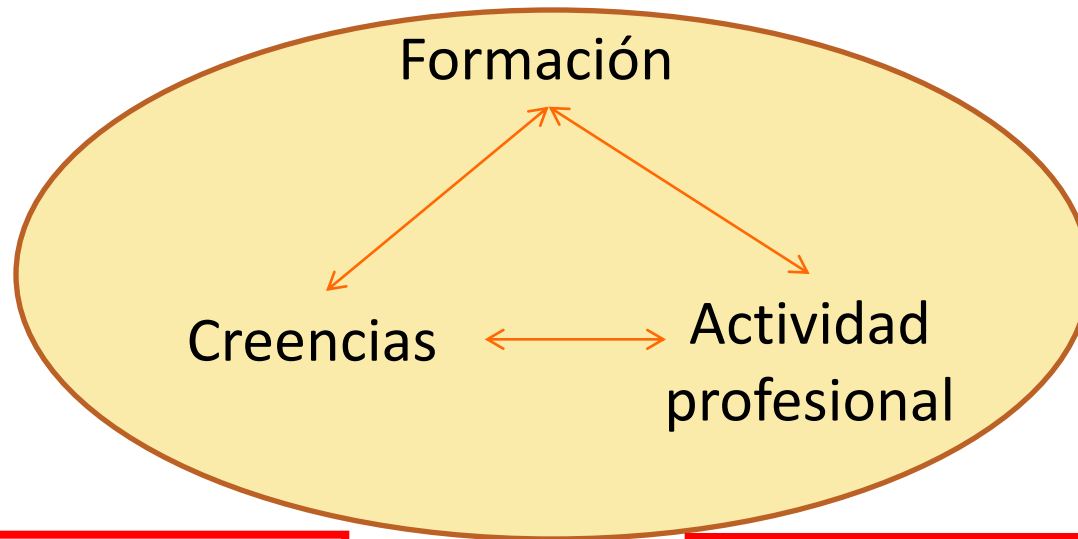
resolviendo problemas

**¿De qué forma la participación en el CCRP incide en la formación, el sistema de creencias y el desarrollo profesional de los profesores?**



# PROYECTO

Factores que intervienen en el progreso de los profesores como resolutores



Sus propias capacidades y las de sus estudiantes (expectativas)  
La matemática  
Su enseñanza

Consideraciones para preparar sus clases  
Tiempo que dedican, en el aula, a la RP (los profesores y los estudiantes)

## DESDE NUESTRA PERSPECTIVA

- El término “problema” no es una propiedad inherente a la actividad matemática
- Depende de la interacción entre esta y la persona que intenta resolverla, sin restringirse a una dificultad de tipo operacional.
- Relacionada con la dificultad que la actividad entrañe para la persona que trata de resolverla.

Santos (2007)

- *“La Resolución de Problemas es un proceso complejo que requiere que un individuo coordine sus experiencias previas, su conocimiento, su comprensión y su intuición para satisfacer las demandas de una situación nueva.”*

Kaur y Yeap (2009, p. 308)



# ¿SERÁN PROBLEMAS...?

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ +58 \\ \hline \end{array}$$

En un taller hay bicicletas y triciclos. Si sabemos que el número de bicicletas es el doble que el de triciclos y que hay un total de 14 vehículos en el taller. ¿Cuántas bicicletas y triciclos hay?

Tenemos un rectángulo dividido en cuatro partes cuyas áreas son las que se indican en la siguiente figura. ¿Cuál es el área total del rectángulo?

21	15
14	X



**Muchas gracias!**

**Preguntas...**

**Sugerencias...**

