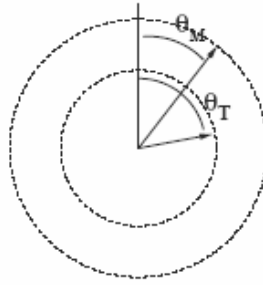


CINEMATICA IX

PROBLEMA 2 Cada lapsos τ (2,14 años) la distancia entre tierra y marte es mínima. Suponiendo órbitas circunferenciales, uniformes y coplanares, **determine el período** de órbita de marte en el sistema solar. **Examine** su resultado para el caso τ muuuy grande e interprete concisamente.

Solución



- Sea $t = 0$ el instante de mayor cercanía entre marte y tierra. Sea $\omega_T = 2\pi/T$ la velocidad angular de tierra con respecto al sistema solar \Rightarrow

$$\theta_T = \left(\frac{2\pi}{T}\right) t.$$

- Sea $\omega_M = 2\pi/T_M$ la velocidad angular de marte con respecto al sistema solar \Rightarrow

$$\theta_M = \left(\frac{2\pi}{T_M}\right) t.$$

- El instante de mayor cercanía (τ) ocurrirá cuando nuevamente marte-tierra-sol estén alineados $\Rightarrow \theta_T(t) = \theta_M(t) + 2\pi \Rightarrow$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right) \tau = \left(\frac{2\pi}{T_M}\right) \tau + 2\pi \Rightarrow \frac{\tau}{T} = \frac{\tau}{T_M} + 1 \Rightarrow T_M = \frac{\tau}{\left(\frac{\tau}{T}\right) - 1} \quad (5)$$

- Sustituimos $T=1$ año y $\tau=2.14$ año \Rightarrow

$$T_M = \frac{2.14}{2.14 - 1} = \frac{2.14}{1.14} = \frac{2.14 + 0.14 - 0.14}{1.14} = 1 + \frac{0.14}{1.14} \sim 1.9 \text{ años}$$

- En caso de que $\tau \gg T \Rightarrow \tau/T \gg 1$ y la relación para T_M (Ec. 5)...

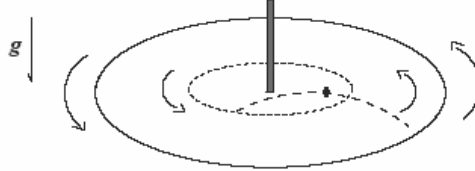
$$T_M = \frac{\tau}{\left(\frac{\tau}{T}\right) - 1} \sim \frac{\tau}{\left(\frac{\tau}{T}\right)} = T$$

por lo tanto $T_M \sim T$, indicando que la velocidad de órbita de marte es muy similar a la de tierra (tiene sentido!).

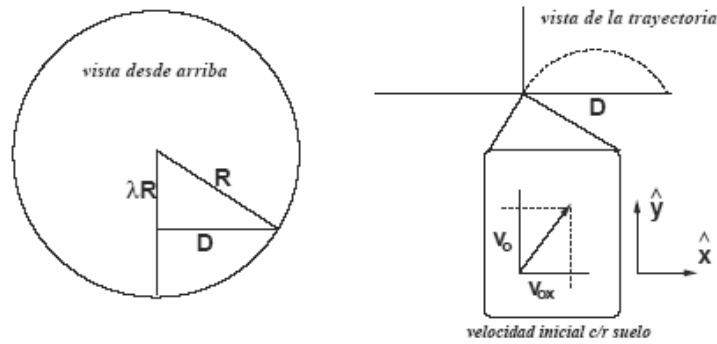
CINEMATICA X

PROBLEMA 3 Un disco de radio R dispuesto horizontalmente gira con velocidad angular constante ω en torno a un eje vertical que pasa por su centro. A una distancia λR del eje ($0 \leq \lambda < 1$) una pulga brinca con una rapidez v_o relativa a su posición de salto y perpendicular ésta.

Determine el máximo λ que garantice que la pulga cae sobre el disco después de su salto. **Examine** su resultado en el caso límite $\omega v_o \gg g$ e interprete concisamente.



Solución



- Al brincar la pulga (desde λR del centro) su trayectoria vista desde arriba es recta; la condición ‘llegar al borde’ implica para el alcance horizontal D :

$$R^2 = (\lambda R)^2 + D^2 \rightarrow D = R\sqrt{1 - \lambda^2} \quad (6)$$

- La velocidad de salida de la pulga con respecto al suelo:

$$\vec{v}_{pulga/suelo} = \vec{v}_{pulga/lugardesalto} + \vec{v}_{lugardesalto/suelo} \quad (7)$$

$$v_{ox}\hat{x} + v_{oy}\hat{y} = v_o\hat{y} + \omega(\lambda R)\hat{x} \quad (8)$$

- Separando por componentes:

$$v_{ox} = \omega\lambda R \quad v_{oy} = v_o$$

- Las coordenadas de la pulga una vez en vuelo:

$$x = 0 + v_{ox}t \rightarrow x = \omega\lambda R t \quad (9)$$

$$y = 0 + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = v_o t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (10)$$

- Instante de llegada de pulga al suelo... $y(t) = 0 \longrightarrow$

$$0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t \rightarrow t_s = \frac{2v_0}{g} \quad (11)$$

- Puesto que en t_s la distancia recorrida según x es $D \longrightarrow$

$$D = x(t_s)$$

- Sustituyendo expresión para D (Ec. 6) y $x(t = t_s)$ con t_s dado por Ec. 11,

$$R\sqrt{1 - \lambda^2} = \omega \lambda R \left(\frac{2v_0}{g} \right) \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 = \frac{1}{1 + 4(\omega v_0/g)^2}$$

- Cuando $\omega v_0 \gg g$ se encuentra que $\lambda \sim 0$. Vale decir, el brinco de la pulga debe ocurrir muy cerca del eje del disco. La condición $\omega v_0 \gg g$ se da cuando: i.- rapidez de salto muy grande ($v_0 \gg g/\omega$); ii.- velocidad de rotación del disco muy grande ($\omega \gg g/v_0$).