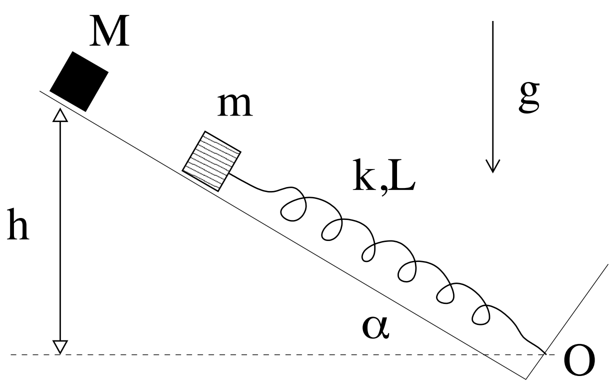
**Universidad de Chile**
**Pauta P2 Exámen 5 de agosto 2013. Biofísica**

**Problema 2.** Un dado de masa $M$ se desliza por un plano inclinado sin roce, el que forma un ángulo $\alpha$ con respecto al plano horizontal. Sobre el mismo plano descansa un bloque de masa $m$ apoyado por un resorte de constante elástica $k$ y longitud natural $L$. El dado se suelta desde una altura $h$ con respecto al nivel del extremo inferior del resorte $(O)$, deslizando cuesta abajo, hasta chocar en forma totalmente inelástica al bloque. Después del choque ambos cuerpos oscilan unidos.




(a) Cuanto se comprime el resorte cuando sostiene al bloque en reposo? Determine la energía potencial total del bloque en este caso.
Debido a que la deformación del resorte inicialmente es estaticamente lenta, tomando un DCL para la masa $m$, tenemos en l dirección $\hat{x}$

$$0 = mg \operatorname{sen}\alpha - k(L - X_0) \qquad (0{,}5)ptos$$

Resolviendo,

$$x_0 = L - \frac{mg}{k}\operatorname{sen}\alpha$$

Luego la compresión del resorte es,

$$L - x_0 = \frac{2mg}{k}\operatorname{sen}\alpha \qquad (0{,}5)ptos$$

Luego, el resorte se va a comprimir una distancia $x_0$ debido al peso del bloque de masa $m$. De esta forma la altura respecto del punto $(O)$ de este bloque es $h_i = x_0 \operatorname{sen}\alpha$ y la energía total en este punto es:

$$E_p = mgx_0 \operatorname{sen}\alpha + \frac{1}{2}k(L - x_0)^2 \qquad (1)ptos$$

(b) Cuál es la velocidad de los dos cuerpos unidos inmediatamente después del choque? Para resolver esta parte tenemos que la energía inicial del dado de masa $M$ es $E_i = Mgh$ debido a que el bloque se suelta, este inicialmente tiene energía cinética nula. Pero justo en el instante en que va a chocar a la masa $m$ el bloque $M$ tiene momento lineal $p_i = Mv_0$ y energía $E_f = \frac{1}{2}Mv_0^2 + Mgx_0 \operatorname{sen}\alpha$. Asi tenemos:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_0^2 + Mgx_0 \operatorname{sen}\alpha \qquad (0{,}5)ptos$$

Y por lo tanto, inmediatamente después del choque el momento lineal es $p_f = (M+m)v_f$,

$$Mv_0 = (M+m)v_f \qquad (0{,}5)ptos$$

Resolviendo,

$$v_0 = \sqrt{2g(h - x_0 \operatorname{sen}\alpha)} \qquad (0{,}5)ptos$$

$$v_f = \frac{M}{M+m}\sqrt{2g(h - x_0 \operatorname{sen}\alpha)} \qquad (0{,}5)ptos$$

Con $x_0$ encontrado en la parte a).

(c) Determine los puntos extremos del movimiento oscilante de los dos cuerpos adheridas luego del choque. En este caso tenemos que fijarnos que tanto cuando el resorte se estira y comprime al máximo, la energía cinética del sistema será siempre nula y en ambos casos el sistema sólo tendrá energía potencial final,

$$E_f = (M+m)X_f g \operatorname{sen}\alpha + \frac{1}{2}k(L - X_f)^2 \qquad (0{,}5)ptos$$

En cambio la energía inicial del sistema siempre será la misma,

$$E_i = \frac{1}{2}(M+m)v_f^2 + (M+m)gx_0 \operatorname{sen}\alpha = E \qquad (0{,}5)ptos$$

En donde $v_f = \frac{M}{M+m}\sqrt{2g(h - x_0 \operatorname{sen}\alpha)}$ y $x_0 = L - \frac{2mg}{k}\operatorname{sen}\alpha$. Haciendo conservación de energía, tenemos que resolver la siguiente ecuación para $X_f$.

$$\frac{1}{2}kX_f^2 + X_f(M+m)g \operatorname{sen}\alpha - E = 0 \qquad (0{,}5)ptos$$

Luego,

$$X_f = \frac{-(M+m)g \operatorname{sen}\alpha \pm \sqrt{((M+m)g \operatorname{sen}\alpha)^2 + 2kE}}{k} \qquad (0{,}5)ptos$$

Donde $X_f(+)$ y $X_f(-)$ corresponden a la máxima y la mínima amplitud de oscilación respectivamente.