

## Clase Auxiliar N°3: Derivadas

Profesor: Felipe Célery  
Auxiliar: Bruno Aguiló

- P1.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función par y derivable. Demuestra que  $f'$  es una función impar.
- P2.** Usando derivadas conocidas y las reglas de derivación del producto y la composición de funciones, deduce la regla para la derivada del cociente de funciones.
- P3.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivable, tal que  $f'(x) = af(x) \forall x \in \mathbb{R}$ , con  $a$  constante. Demuestra que  $f(x) = f(0)e^{ax}$ .

*Indicación:* Considera  $g(x) = e^{-ax}f(x)$ .

- P4.** (a) Sean  $f, g : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $f(x) = \tan(x)$  y  $g(x) = \sin(x)$ , calcula la derivada de  $f^{-1}$  y  $g^{-1}$ .

(b) Para  $c \in \mathbb{R}$  fijo, calcula:

$$f'(x) = \left(\arctan\left(\frac{x+c}{1-cx}\right)\right)'$$

Deduce que  $f(x) = \arctan(x) + \arctan(c)$ .

(c) Sea  $h(x) = (\tan(x) + \sec(x))^m$ . Muestra la identidad  $h'(x) = m \sec(x)h(x)$ .

(d) Prueba que  $f(x) = \arcsin(2x - 1) + 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{x}}\right)$  es constante en  $(0, 1)$

- P5.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Demuestra que  $f$  es continua y diferenciable, y que su derivada no es continua.