Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
15 de Octubre, 2013

Auxiliar #7MA1102-6 Álgebra Lineal. : Espacios Vectoriales, Dependencia Lineal y Suma de Espacios Vectoriales

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Sea $B = \left\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = a\right\}$. Demuestre que:

$$B \text{ es un s.e.v. de } \mathbb{R}^n \iff a = 0.$$

P2. Sean U, W s.e.v's. de V. Se define la suma como sigue:

$$U + W = \{u + v : \ u \in U, \ w \in W\}.$$

Demuestre que:

a) $U + W$ es un s.e.v. de V.

b) Si para todo $x \in U + W$ existe un unico $u \in U$ y un unico $w \in W$ tal que $x = u + w$ (i.e. x tiene descomposicion unica) entonces $U \cap W = \{0\}$.

c) Si $U \cap W = \{0\}$ entonces todo $x \in U + W$ tiene descomposicion unica.

P3. Indique si el conjunto de vectores dados:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\},$$

es linealmente dependiente y en dicho caso entregue un sub conjunto de tamaño maximo de vectores linealmente independientes.

P4. Demuestre que los siguientes conjuntos son s.e.v's del e.v. respectivo:

a) $U = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} : \ a, b \in \mathbb{R} \right\}$ de $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

b) $U = \{p \in P_2(\mathbb{R}) : \ 2p'(0) + p''(1) = 0\}$ de $P_2(\mathbb{R})$.

Propuesto: Sean U, V s.e.v's. de $\mathbb{R}^n$. Demuestre que:

a) $(U + V)^{\perp} = U^{\perp} \cap V^{\perp}$.

b) $(U^{\perp})^{\perp} = U$.

c) $(U \cap V)^{\perp} = U^{\perp} + V^{\perp}$.