Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
21 de Octubre, 2013

# Auxiliar #8MA1102-6 Álgebra Lineal. : Base, Dimensión, Transformaciones Lineales, Nucleo e Imagen

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

**P1.** Sea $T : \mathcal{M}_{23}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$ tal que:

$$T\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12}+a_{21} \\ a_{12}+a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

a) Demuestre que $T$ es una Transformacion Lineal.

b) Encontrar bases y dimensió de $\ker T$ e $\operatorname{Im} T$.

**P2.** Considere la transformación:

$$\begin{array}{rcl} T : \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) & \longrightarrow & \mathbb{P}_4(\mathbb{R}) \\ p(x) & \longmapsto & T(p)(x) = (x^2+x+1)\cdot p(x) \end{array}$$

a) Demuestre que $T$ es lineal.

b) Encuentre una base y la dimensión de $\ker T$.

c) Determine una base de $\operatorname{Im} T$ y calcule el rango de $T$.

d) Estudie posible inyectividad y epiyectividad de $T$. Estudie además si $T$ es isomorfismo.

**P3.** Dada la T.L. $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, se sabe que:

$$\ker L = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \text{ y } L\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Encuentre en términos de $x_1$, $x_2$ y $x_3$, los valores de $y_1$ e $y_2$ que satisfacen:

$$L\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

**P4.** Sea $U$ un e.v. de dimensión finita y $T : U \to U$ una T.L. Demuestre que:

a) $T \circ T = 0 \Longleftrightarrow \operatorname{Im}(T) \subseteq \operatorname{Ker}(T)$.

b) $\operatorname{Im}(T) = \operatorname{Ker}(T) \Longleftrightarrow \dim(U) = 2\dim(\operatorname{Ker}(T))$ y $\operatorname{Im}(T) \subseteq \operatorname{Ker}(T)$.