Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
18 de Noviembre, 2013

Auxiliar #11MA1102-6 Álgebra Lineal. : Polinomio característico, diagonalización y G-S

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & -4 \\ 4 & -4 & -2 \end{pmatrix}.$$

a) Muestre que el polinomio característico de A es:

$$p(\lambda) = (4-\lambda)(\lambda^2 - 36).$$

b) Encuentre una base ortonormal de vectores propios de A y explicite matrices P invertible y D diagonal tales que $A = PDP^t$.

c) ¿Es A invertible?

P2. Sea A una matriz de $n \times n$, con $n \geq 3$ con coeficientes reales tal que $dim(Ker(A)) \leq 2$ y su polinomio característico $p(\lambda)$ tiene la forma:

$$p(\lambda) = \lambda^3 q(\lambda),$$

donde $q(\lambda)$ es un polinomio.

a) Pruebe que $dim(Ker(A)) \geq 1$ y que el rango de A es menor o igual a $n-1$.

b) Demuestre que A no es diagonalizable.

P3. Sean A, B matrices de $n \times n$ con coeficientes reales tales que $AB = BA$.

a) Pruebe que si $Bv \neq 0$ y v es vector propio de A asociado a λ entonces Bv también lo es.

b) suponiendo que los valores propios de A son distintos entre sí, muestre que si v es vector propio de A entonces v es vector propio de B.

c) Concluya que si los valores propios de A son distintos entre sí entonces B es diagonalizable.