Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
19 de Noviembre, 2013

Auxiliar #11.1MA1102-6 Álgebra Lineal. : Auxiliar Extra

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Sea A tal que $Ker(A-I) = \langle\{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\}\rangle$ y $Ker(A-2I) = \langle\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}\}\rangle$.

a) Demuestre que A es diagonalizable.

b) Encuentre A.

P2. Sean $k, n > 1$. Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ tal que $A^{k-1} \neq 0$ y $A^k = 0$. Demuestre que 0 es el único valor propio de A y concluya que A no es diagonalizable.

P3. Sea $n > 1$. Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Demuestre que si A es diagonalizable entonces $Ker(A^2) \subseteq Ker(A)$.

P4. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, donde a es un parámetro real. Calcule los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales la matriz A es diagonalizable.

P5. Sea

$$V = \langle\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}\}\rangle.$$

Encuentre una base ortonormal de V.