

MA2002: CÁLCULO AVANZADO Y APLICACIONES
AUXILIAR # 7 - PRE CONTROL

6 de noviembre de 2013

Profesores María Clara Fittipaldi y Héctor Olivero Q.

Profesores Auxiliares: José Cereceda, Pablo Ugalde y Sebastian Reyes.

P1 Calcule la siguiente integral

$$\oint_{\gamma} \frac{1}{(1+z^2)^2} dz$$

donde $\gamma(t) = 2|\cos 2t|e^{it}$ $0 \leq t \leq 2\pi$

P2 Muestre que si f es holomorfa en $z \neq 0$ y $f(-z) = -f(z)$, entonces todos los terminos pares en su expansión de Laurent sobre $z = 0$ son iguales a cero.

P3 a) Encuentre el dominio $\Omega \subset \mathbb{C}$ donde la función

$$f(z) = \frac{1}{2i} \log \left(\frac{1+iz}{1-iz} \right)$$

es holomorfa, y demuestre que $\tan(f(z)) = z$, es decir $f(z) = \arctan(z)$

b) calcule f' y determine su desarrollo en serie de potencias en torno a $z = 0$, explicitando el radio de convergencia. Deduzca el desarrollo en serie f en torno a $z = 0$.

P4 Encontrar la serie de Taylor o la serie de Laurent de la función $f(z) = 1/(1-z^2)$ en las regiones.

$$(i) 0 \leq |z| < 1 \quad (ii) |z| > 1 \quad (iii) 0 \leq |z-1| < 2$$