

IN4221-Teoría de Juegos. Semestre Primavera 2014.

Profesor: José Correa. Auxiliares: Andrés Perloth, Alberto Vera.

Auxiliar 8

Martes 7 de Octubre, 2014

Problema 1 [Bien Público].- Un gobierno piensa construir un gran puente para conectar a una isla al continente. El puente tiene un costo de C y cada potencial usuario del puente tiene una valoración privada $v_i \geq 0$ por él. El gobierno quiere construir el puente sólo si $\sum v_i \geq C$.

1. Supongamos que se usa VCG para este problema. Calcule los precios p_i que cada usuario debe pagar.
2. Demuestre que el pago total es $P = \sum p_i \leq C$ en este mecanismo, por lo que hay casos donde el gobierno debe subsidiar.
3. ¿Cuán pequeño puede ser el cociente P/C ? ¿Cuán grande puede ser?

Problema 2 [Revenue Equivalence].- En la demostración del teorema se tiene que para un remate standard con valoraciones iid distribuidas según F :

$$\frac{d}{dy}p(y) = y \frac{d}{dy}F^{n-1}(y), \quad (1)$$

con p el pago esperado de un jugador de preferencia y .

Considere el remate de un objeto que el martillero valora en C y que se asigna a la mayor apuesta. Si la mejor apuesta fue mayor que C sólo paga el ganador lo que apostó. En otro caso cada jugador i paga $\frac{C}{n}b_i$, donde b_i es la apuesta de i .

1. Suponiendo que existe un equilibrio simétrico escriba la EDO que determina la función de apuesta.
2. Exprese el beneficio del martillero.

Problema 3 [Negociación].- Hay un vendedor con costo privado $C \in [0, \bar{c}]$ que produce un bien. También hay un comprador que disfruta $D \in [0, \bar{d}]$ tal bien. Suponemos C independiente de D con distribuciones conocidas.

Un mecanismo de arbitraje recibe las apuestas de los dos jugadores, decide si se tranza el item, lo que paga el comprador y lo que recibe el vendedor.

1. Explícite VCG en este contexto, para ello no use pivote de Clarke, sino que imponga que en caso de no tranzar el bien nadie paga.
2. Muestre que VCG siempre tiene un déficit, i.e. el árbitro debe subsidiar.
3. Estudie el caso con pivote de Clarke, compare la participación voluntaria.