

IN4221-Teoría de Juegos. Semestre Primavera 2014.

Profesor: José Correa. Auxiliares: Andrés Perloth, Alberto Vera.

Auxiliar 9

Martes 14 de Octubre, 2014

Problema 1 [Myerson].- Considere el mecanismo que maximiza ganancias en el caso que el martillero enfrenta dos compradores con distribuciones $F_1(x) = x$ y $F_2(x) = x^2$.

1. Obtenga los precios y regla de asignación.
2. Verifique que a precios iguales el ítem se asigna al jugador 1.

Problema 2 [Juego Monoparamétrico].- Considere una instancia de n jugadores donde se debe elegir una acción $a \in A$. Diremos que el jugador i es monoparamétrico si $\exists W_i \subseteq A$ tal que $v_i(a) = v_i^* \forall a \in W_i$ y $v_i(a) = 0 \forall a \notin W_i$, con algún $v_i^* \in \mathbb{R}$. Asumiremos que todos los jugadores son monoparamétricos.

Sea (f, p) un mecanismo directo, diremos que f es monótona en i si $f(v) \in W_i \Rightarrow f(v'_i, v_{-i}) \in W_i \forall v'_i \geq v_i$ y que el mecanismo es normalizado si $f(v) \notin W_i \Rightarrow p_i(v) = 0$.

Demuestre que un mecanismo normalizado es compatible en incentivos ssi para todo i f es monótona en i y

$$f(v) \in W_i \Rightarrow p_i(v) = \sup\{v'_i : f(v'_i, v_{-i}) \notin W_i\}$$

Problema 3 [Regulación de Monopolio].- Un monopolio vende un producto a precio $H(q) = 1 - q$ y su costo es $c(q) = \theta q$, con $\theta \sim F$ que es información privada con soporte en $[0, 1]$. El Estado diseña un mecanismo donde determina la cantidad $q(\theta)$ que produce el monopolio y el subsidio que le da, así

$$V(\theta) = \max_{0 \leq \theta' \leq 1} (1 - q(\theta') - \theta)q(\theta') + p(\theta')$$

1. El objetivo del Estado es maximizar $\mathbb{E}[q(\theta)\frac{1-q(\theta)}{2} - p(\theta) + \alpha u(\theta, \theta)]$, algún $\alpha \in (0, 1)$. Interprete la función objetivo y escriba el problema que debe resolver el Estado.
2. Demuestre que un mecanismo compatible en incentivos cumple

$$q(\theta) \quad \text{no-decreciente} \tag{1}$$

$$V(\theta) = V(1) + \int_{\theta}^1 q(s)ds \tag{2}$$

$$p(\theta) = V(1) + \int_0^1 q(s)ds - (1 - q(\theta) - \theta)q(\theta) \tag{3}$$

3. Pruebe que las condiciones anteriores implican compatibilidad de incentivos.