



DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN71L - Modelos Estocásticos
Sem.: Primavera 2000
Prof: Raul Gouet
P. Aux: Gabriel Weintraub

Control 1

Pregunta 1. Suponga que autos entran en el kilómetro 0 a una carretera de una dirección e infinita según un proceso de Poisson de tasa λ . El auto i que entra escoge una velocidad constante V_i (en kms./hr.) a la cual viajar. Suponga que las velocidades V_i son variables aleatorias independientes, positivas y de distribución común F . Encuentre la distribución del número de autos que se encuentren entre los kilómetros a y b ($a < b$) de la carretera en el instante t (medido en horas). Suponga que los autos se adelantan unos a otros sin pérdida de tiempo.

Pregunta 2. Suponga que eventos ocurren según un proceso de Poisson de tasa λ y que si un evento ocurre en el instante s , independiente del pasado, contribuye con una cantidad aleatoria de distribución F_s , $s \geq 0$. Muestre que W , la suma de todas las contribuciones hasta el tiempo t , es un proceso de Poisson compuesto. Es decir, muestre que W tiene la misma distribución que $\sum_{i=1}^N X_i$, donde X_i son variables aleatorias i.i.d., independientes de N y N es una variable aleatoria Poisson. HINT: Razone por construcción e identifique la distribución de los X_i y la media de N .

Pregunta 3. Los votantes en la elección municipal llegan a un determinado local de votación según un proceso de Poisson de tasa λ . Cada votante, independiente de todo lo demás, vota con probabilidad 0.5 por el candidato A y con probabilidad 0.5 por el candidato B. Suponga que la votación comienza en $t = 0$ y dura indefinidamente.

- Condiciona en que votaron 1000 personas durante las primeras 10 horas, cuál es la probabilidad que el candidato A reciba n de estos votos.
- Nuevamente condicional en que votaron 1000 personas durante las primeras 10 horas, encuentre la probabilidad que el candidato A reciba n votos en las primeras cuatro horas de votación.
- Sea T el instante de la llegada del primer votante por A. Encuentre la densidad de A .
- Encuentre la función de probabilidad del número de votantes por B que llegan antes del primer votante por A.
- Defina el n -ésimo votante como una *inversión* si el n -ésimo votante vota distinto que el $(n-1)$ -ésimo. Por ejemplo, en la secuencia AABAABB, el tercer, cuarto y sexto votantes son inversiones. Encuentre la densidad de probabilidad del tiempo entre inversiones. HINT: Deduzca la probabilidad que una llegada cualquiera produzca una inversión. Con ello deduzca el proceso de conteo de inversiones y encuentre la densidad del tiempo entre estos eventos.