MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera
Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliar: Nicolás Tapia Rivas

Auxiliar 5

3 de Septiembre de 2014

Funciones reales de variable real

1. $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se dice una *función* real de variable real si $(\forall x \in A)(\exists!\ y \in \mathbb{R})$ tal que $y = f(x)$.
2. $\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} | y = f(x) \in \mathbb{R}\}$
3. $\text{Im}(f) = \{f(x) | x \in \text{Dom}(f)\}$
4. Si $x \in \text{Dom}(f)$ es tal que $f(x) = 0$, decimos que x es un *cero* o *raíz* de f.
5. Paridad de una función:
   - Si $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in \text{Dom}(f)$, decimos que f es *función par*.
   - Si $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in \text{Dom}(f)$, decimos que f es *función impar*.
6. Si $\exists p \in \mathbb{R}$ tal que $f(x + p) = f(x)$, $\forall x \in \text{Dom}(f)$, decimos que f es *función periódica de período* p.
7. f se dice *creciente* en A ssi $(\forall x_1, x_2 \in A)$
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$
8. f se dice *decreciente* en A ssi $(\forall x_1, x_2 \in A)$
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$
9. Si $A = \text{Dom}(f)$, f se dice creciente o decreciente según corresponda. En tal caso decimos que f es *monótona*.
10. Acotamiento:
    - f es *acotada superiormente* si $f(x) \leq a, \forall x$, para algún $a \in \mathbb{R}$.
    - f es *acotada inferiormente* si $f(x) \geq a, \forall x$, para algún $a \in \mathbb{R}$.
    - f es *acotada* si lo es superior e inferiormente.

P1. Estudie el dominio, recorrido, acotamiento y ceros de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \frac{8x-8}{x^2-8x+7}$
2. $g(x) = \sqrt{4 - (x + 3)(x - 3)}$

P2. Encuentre los períodos de la función

$$f(x) = x - a \cdot \left[\frac{x}{a}\right],\ a > 0$$

Y determine el período mínimo.

P3. Estudie el recorrido, la paridad y el crecimiento de las siguientes funciones. Note que le es dado el dominio.

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 2x^2 - 8$.
2. $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{|x^2 - 1|}$
3. $h : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $h(x) = \begin{cases} 2 - 4x & \text{Si } 0 \leq x < 1 \\ x^2 - 2x - 1 & \text{Si } x \geq 1 \end{cases}$