

MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera**Profesor:** Michal Kowalczyk**Auxiliar:** Nicolás Tapia Rivas

Auxiliar Extra Control 1

3 de Septiembre de 2014

P1. Demuestre que $\forall a, b, c \in \mathbb{R}_*^+$ se cumple que:

1. $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$
2. $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

P2. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{2x + 3 - |x - |x + 2||}{\sqrt{2x - |1 - x^2|}} \geq 0$$

P3. Simplifique y complete cuadrados en las siguientes expresiones cuadráticas. Identifique y bosqueje si se trata de una cónica.

1. $2y(3y + 10) + 3x(x - 2) = (y + 5)(y - 5)$
2. $(x + 1)(x + 9) + 12 = y^2 - 2y$
3. $x^2 - 4y + y^2 = (x + 2)^2 - 9$

P4.

1. Considere la hipérbola de ecuación $x^2 - y^2 = 1$.

a) Demuestre que la recta tangente a la hipérbola en un punto $P(x_0, y_0)$ tiene por ecuación:

$$xx_0 - yy_0 = 1$$

b) Demuestre que el punto de contacto de cualquier tangente a la hipérbola es el punto medio del segmento de tangente comprendido entre las asíntotas.

2. Considere las rectas $L_1 : y = mx$ y $L_2 : y = -mx$. Se toma un punto $C \in L_1$ y otro $D \in L_2$ de tal modo que $CD = a$ ($a > 0$) constante. Encuentre el Lugar Geométrico del punto medio del trazo CD e identifíquelo.

Propuesto: Considere el triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(2b, 0)$ y $C(c, d)$; y la recta L perpendicular a AB en el punto B . Por M , punto medio de AB , se traza la perpendicular al lado AC que corta al eje OY en el punto R , y por el mismo punto M se traza la perpendicular al lado BC que corta a la recta L en S .

Demuestre que RS es perpendicular a CM .

Recuerde que la recta L_1 de pendiente m_1 y la recta L_2 de pendiente m_2 se dicen perpendiculares si

$$m_1 m_2 = -1$$