MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera
Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliar: Nicolás Tapia Rivas

Auxiliar 8

08 de Octubre de 2014

P1.

a) Considere el conjunto

$$B = \left\{ \frac{n}{n+1} \ : \ n \in \mathbb{N} \right\}$$

Encuentre todas las cotas inferiores de B y su ínfimo. Además, demuestre que $\sup(B) = 1$.

b) Sea el subconjunto real

$$A = \{(s+t) \ : \ 0 \leq s < 1, \ 0 \leq t < 1\}$$

Demuestre la existencia del supremo y el ínfimo de A, y determine sus valores. Además, verifique si A admite máximo.

c) Sea $b \in \mathbb{R}$ fijo y considere $A \subset \mathbb{R}$ definido por

$$A = \{x \in \mathbb{R} \ : \ (\forall \varepsilon > 0) \ x < b + \varepsilon\}$$

Pruebe que A es acotado superiormente y que tiene supremo. Cálculelo.
¿Tiene A un máximo?

P2. Sea $A \subset \mathbb{R}$ no vacío y acotado superiormente.

a) Si A satisface $(\forall x \in A)(\exists y \in A) \ x < y$, demuestre que A posee supremo pero no máximo.

b) Si A satisface $(\exists y \in A)(\forall x \in A) \ x \leq y$, demuestre que A posee máximo.

P3. Para los siguientes enunciados, debe demostrar en primer lugar que los supremos *efectivamente existen.*

a) Sean A y B subconjuntos reales no vacíos tales que $A \subset B$. Si B es acotado, pruebe que $\sup(A) \leq \sup(B)$.

b) Considere dos conjuntos V y W tales que

$$\forall x \in V, \ \forall y \in W, \ x + y < 0$$

Demuestre que ambos conjuntos son acotados superiormente y que $\sup(V) + \sup(W) \leq 0$.

c) Sean A y B subconjuntos reales no vacíos y acotados superiormente. Pruebe que $A \cup B$ posee supremo y que además $\sup(A \cup B) = \max\{\sup(A), \sup(B)\}$.