MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera
Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliar: Nicolás Tapia Rivas

Auxiliar 12

29 de Octubre de 2014

P1. Demuestre, mediante la caracterización $\varepsilon - \delta$ del límite, que:

a) $\lim\limits_{x\to 8} \sqrt{x+1} = 3$

b) $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = 0 \Longrightarrow \lim\limits_{x\to 0} g(x)\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

P2. Una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se dice *de Lipschitz* si cumple con la condición:

$$(\exists L > 0)(\forall x, y \in \mathbb{R})\ |f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

Demuestre que:

$$f \text{ es Lipschitz} \Longrightarrow \lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$$

P3. Sea $f : (-1, \infty)\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\pi(x^2 - x)}{\operatorname{sen}(\pi x)} & \text{si } -1 < x < 1,\ x \neq 0 \\[2ex] \dfrac{axe^x}{1 - e^x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcule $\lim_{x\to 0} f(x)$ y determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ de modo que $\lim_{x\to 1} f(x)$ exista.

P4. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to(-2)} \dfrac{x^3 + 8}{|x| - 2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{ax} - e^{bx}}{x},\ a, b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(\pi|x|)}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(2x)}{x\operatorname{sen}(3x)}$

e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\exp(x\ln(x)) - 1}{x - 1}$

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\operatorname{sen}(x) + \cos(x))}{x}$

g) $\lim\limits_{x\to 2} (e^x - e^2)\cot(x - 2)$

h) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} \dfrac{1 - 2\cos(x)}{\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}$