Auxiliar 1 - Matrices

MA1102-4 Álgebra Lineal

Profesores: Jorge Amaya
Profesores Auxiliares: Felipe Garrido - Pablo Ugalde

1. Sea $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ dada por $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$. Demuestre que A no posee inversa.

   Hint: Argumente por contradicción.

2. Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -4 & 2i & 1 \\ 5 & 0 & -i \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Calcule $(A(B^t) - C^{-1})^t$.

3. Sean $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ matrices triangulares inferior, es decir, $m_{ij} = 0$, si $i < j$. Demuestre que AB es una matriz triangular inferior.

   ¿Sucederá lo mismo con las matrices triangulares superior?

4. Sea $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ la matriz dada por $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Sea además el vector $b \in M_{3\times 1}(\mathbb{R})$ dado por $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$. Resuelva el sistema de ecuaciones $Ax = b$ con $x \in M_{3\times 1}(\mathbb{R})$

   ¿Cómo sería el caso general?

5. Se dice que $P \in M_{n\times n}(\mathbb{K})$ es una matriz de proyección si $P = P^2$.

   a) Pruebe que si P es matriz de proyección, entonces $I - P$ es matriz de proyección.

   b) Pruebe que P es matriz de proyección si y solo si $P^2(I - P) = 0$ y $P(I - P)^2 = 0$.

   c) Encuentre $P \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ tal que $P \neq P^2$ y $P^2(I - P) = 0$.
   Hint: Considere matrices con coeficientes en $\{0, 1\}$.