

MA2001-6 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Patricio Felmer A.**Auxiliar:** Diego Marchant D.

“La matemática no es real, pero parece real, ¿Dónde está ese lugar?” -
Richard Feynman.

Auxiliar 11

18 de Junio de 2015

1. Demuestre (truchamente) la **Desigualdad de las medias** que dice que la media aritmética es mayor que la media geométrica. Para ello proceda como sigue:

a) Resuelva

$$\begin{aligned} \text{minimizar}_x \quad & f(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \text{sujeto a} \quad & \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = G \end{aligned}$$

b) Concluya.

2. a) Sea $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ integrable. Pruebe que

$$\int_0^1 \left(\int_x^1 g(t) dt \right) dx = \int_0^1 t g(t) dt$$

b) Usando adecuadamente lo anterior, calcule la integral

$$\int_0^1 \int_w^1 (x - w) \operatorname{sen}(x^3) dx dw$$

3. Sea el rectángulo $\mathcal{R} = [0, 1]^2 \subset \mathbb{R}^2$ y la función $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq y \\ 2 & \text{si } x > y \end{cases}$$

Demuestre que f es integrable y que $\int_{\mathcal{R}} f = 1$