MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Semestre Otoño 2015
Profesor: Mauricio Soto
Auxiliar: Leonel Huerta

Clase Auxiliar Extra
17 de Abril

$\boxed{\text{P1.}}$ (a) Una partícula se mueve describiendo una trayectoria Γ sobre el manto del cono $x^2 + y^2 = z^2$, de forma tal que su altura z y el ángulo θ en cilíndricas cumplen la relación $z = e^\theta$, con $\theta \in [0, \infty[$.

(a) Encuentre una parametrización de la curva. Dibuje la curva.

(b) Calcule el largo de Γ

$\boxed{\text{P2.}}$ (a) Calcule el flujo del campo:

$$\vec{F}(x, y, z) = (e^z \sin(y) + xy^2 z, e^x \cos(z) + x^2 yz, x^2)$$

A través del mando del cono de ecuación $z = r - 1,\ -1 \leq z \leq 0$ donde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(b) ¿Es el campo $\vec{F}$ de la parte anterior el rotor de un campo $\vec{G}$ de clase C^2?

$\boxed{\text{P3.}}$ ***Control 1, Primavera 2009.***

(a) Verifique que:

$$\vec{F}(\vec{r}) = (y^2 \cos(x) + z^3, 2y \sin(x) - 4, 3xz^2 + 2z)$$

Es un campo conservativo y encuentre un potencial escalar.

(b) Calcule $\int_\Gamma \vec{G} \cdot d\vec{r}$, donde:

$$\vec{G}(\vec{r}) = (y^2 \cos(x) + 2z^3, 2y \sin(x) - 4, 3xz^2 + 2z)$$

y Γ es la curva que consta del arco $y = x^2$, $z = 0$ del origen al punto $(1, 1, 0)$ junto con el segmento recto de $(1, 1, 0)$ al punto $(0, 0, 1)$.

(c) Considere una superficie regular y orientable S con campo de normales $\hat{n}$ y $\vec{F}, \vec{G} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dos campos vectoriales de clase C^1 tales que:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{G}(\vec{r}) \quad , \ \forall \vec{r} \in S$$

Muestre que:

$$(\text{rot}\vec{F})(\vec{r}) \cdot \hat{n}(\vec{r}) = (\text{rot}\vec{G})(\vec{r}) \cdot \hat{n}(\vec{r}) \quad , \ \forall \vec{r} \in S$$

De un ejemplo de $S, \vec{F}, \vec{G}$ que cumplan las condiciones anteriores pero

$$\text{rot}\vec{F}(\vec{r}) \neq \text{rot}\vec{G}(\vec{r}) \quad , \ \forall \vec{r} \in S$$

Indicación: Dado $\vec{r}_0 \in S$ utilice el teorema de Stokes en una familia de superficies adecuadas (pequeñas y centradas en $\vec{r}_0$).